Technische Universität Darmstadt



Benetzungseigenschaften und Wärmeübergang bei der Verdampfung an einem Flüssigkeitsmeniskus

DIPLOMARBEIT

von

JENS RITZERT

am

FACHGEBIET TECHNISCHE THERMODYNAMIK
Prof. Dr.-Ing. P. Stephan

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **10**

2 Berechnung des Kontaktwinkels **14**

3 Beschreibung des Flüssigkeitsmeniskus **22**

3.1 Beschreibung der Meniskusoberfläche durch mathematische Funktionen 25

3.1.1 Differentialgleichung 25

3.1.2 Kegelschnittgleichungen und Polynome 36

3.2 Eigenschaften der Gleichungen 38

4 Programmverifikation **53**

4.1 Kontrollmessungen an Tropfenbildern 53

4.2 Bildauswertung von Spaltbildern 67

5 Programmbeschreibung **72**

6 Zusammenfassung **89**

7 Ausblick **91**

A Quellcode **92**

Abbildungsverzeichnis

1.1 Darstellung der geometrischen Form im Bereich der Mikro-Zone . . 10

1.2 Mikro-Zone im ebenen Spalt 13

2.1 Definition der Geometrie für die Berechnung des Kontaktwinkels nach Morris [MOR01] 15

2.2 Verlauf von $k(f)$ für die Berechnung des Kontaktwinkels θ nach Gleichung (2.26) 19

2.3 Qualitativer Verlauf der Verdampfungsmassenstromdichte nach Morris 20

3.1 Aufgenommenes Kamerabild des Flüssigkeitsmeniskus im ebenen Spalt 22

3.2 Betrachtung des ebenen Spalts zur Herleitung der Differentialgleichung 26

3.3 Infinitesimale Betrachtung der Meniskusoberfläche zur Herleitung der DGL 33

3.4 Koordinatensysteme der Kamera und der Gleichungssysteme 35

3.5 Übersicht über den berechneten Bereich zur Darstellung wichtiger Eigenschaften der DGL 39

3.6 Ausschnitt aus dem Funktionsverlauf der DGL zur Darstellung der Eigenschaften der DGL 40

3.7 Grauwertkarte der Standardabweichung der DGL bei einer Variation der Parameter σ und R_0 45

3.8 Anschlussbereich der Grauwertkarte 46

3.9 Dreidimensionale Darstellung der Standardabweichung der Lösung der DGL bei Variation der Parameter σ und R_0 46

3.10 Ansicht der Abbildung 3.9 von vorne (Ebene Standardabweichung – R_0) 47

3.11 Ansicht der Abbildung 3.9 von rechts (Ebene Standardabweichung – σ) 47

3.12 Funktionsverlauf der Lösung der DGL in dimensionslosen Koordinaten für verschiedene Formparameter (lineare Auftragung) . 49

3.13 Funktionsverlauf der Lösung der DGL in dimensionslosen Koordinaten für verschiedene Formparameter (logarithmische Auftragung) 51

3.14 Dimensionslose $X-$Koordinate der signifikanten Stelle in Abhängigkeit von dem Formparameter B 51

3.15 Einfluss des Skalierungsfaktors auf die Oberflächenspannung 52

4.1 Einfluss der Verschiebung der Basislinie auf den Kontaktwinkel an einem liegenden Tropfen 54

4.2 Funktionsverlauf der DGL für einen vollständig ausgewählten Meniskus mit $N = 281$ 57

4.3 Funktionsverlauf des Krümmungsradius für einen Kreis, DGL und einer Ellipse für einen vollständig ausgewählten Meniskus mit $N = 281$ 58

4.4 Funktionsverlauf der Hyperbel für einen vollständig ausgewählten Meniskus mit $N = 281$ 58

4.5 Funktionsverläufe der Parabeln 2., 4. und 6.Ordnung für einen vollständig ausgewählten Meniskus mit $N = 281$ 59

4.6 Funktionsverläufe der Parabeln 2., 4. und 6.Ordnung für eine reduzierte Anzahl von Winkelpunkten in der Spaltmitte $N = 22$ . . 61

4.7 Funktionsverläufe von Kreis, Ellipse und DGL für eine reduzierte Anzahl von Winkelpunkten in der Spaltmitte $N = 22$ 62

4.8 Funktionsverlauf der Krümmungsradien der Parabeln 2., 4. und 6.Ordnung für eine reduzierte Anzahl von Winkelpunkten im linken und rechten Viertel des Meniskus $N = 20$ 63

4.9 Funktionsverlauf der Umkehrparabel 4.Ordnung für eine reduzierte Anzahl von Winkelpunkten im rechten Viertel des Meniskus mit $N = 10$ 64

4.10 Funktionsverlauf der Hyperbel für eine reduzierte Anzahl von Winkelpunkten im rechten Viertel des Meniskus mit $N = 10$ 65

4.11 Ausgewertetes Spaltbild 68

4.12 Funktionsverläufe von Kreis, Ellipse und DGL bei ausschließlicher Anwahl von Winkelpunkten im Bereich der linken Spaltwand 69

4.13 Funktionsverlauf der Hyperbel bei ausschließlicher Anwahl von Winkelpunkten im Bereich der rechten Spaltwand 70

4.14 Funktionsverläufe der Parabeln 2. und 4.Ordnung bei ausschließlicher Anwahl von Winkelpunkten im Bereich der rechten Spaltwand 70

5.1 Programmoberfläche 74

5.2 Struktogramm zur Dateneingabe und Farbveränderung 77

5.3 Struktogramm für XLoadCT und “Bild binarisieren” 78

5.4 Übersicht über die möglichen Berechnungen 79

5.5 Struktogramm für die Winkelgerade 80

5.6 KEHP-Menü 80

5.7 Struktogramm der KEHP-Berechnung 81

5.8 Fenster von “Differentialgleichung-Verlauf” 83

5.9 Struktogramm der DGL-Berechnung mit **CurveFit** 84

5.10 Grafische Darstellung des Ergebnisses für “Differentialgleichung-Verlauf” 85

5.11 Fenster von “Differentialgleichung” 85

5.12 Struktogramm der DGL-Berechnung mit **LMFit** 86

5.13 Struktogramm der Ergebnisvisualisierung und der Ausgabe 88

Tabellenverzeichnis

2.1 Gegenüberstellung der Berechnungsergebnisse für den sichtbaren Kontaktwinkel nach [MOR01] und [STE92] 21

3.1 Winkel in Abhängigkeit von der Anzahl der Gitterpunkte der numerischen Lösung der DGL 30

3.2 Tatsächliche Konvergenzordnung der numerischen Lösung der DGL 30

3.3 Diskretisierungsfehler der numerischen Lösung der DGL 31

4.1 Kontaktwinkel des ersten Tropfens ermittelt mit der Software der Firma Krüss© 55

4.2 Kontaktwinkel des ersten Tropfen ermittelt mit XMSA für einen vollständig ausgewählten Meniskus mit $N = 281$ 56

4.3 Kontaktwinkel des ersten Tropfen ermittelt mit XMSA für eine reduzierte Anzahl von Winkelpunkten für den ganzen Meniskus mit $N = 42$ 59

4.4 Kontaktwinkel des ersten Tropfen ermittelt mit XMSA für eine reduzierte Anzahl von Winkelpunkten in der Mitte des Spaltes mit $N = 22$ 60

4.5 Kontaktwinkel des ersten Tropfen ermittelt mit XMSA für eine reduzierte Anzahl von Winkelpunkten im linken und rechten Viertel des Meniskus mit $N = 20$ 61

4.6 Kontaktwinkel des ersten Tropfen ermittelt mit XMSA für eine reduzierte Anzahl von Winkelpunkten im rechten Viertel des Meniskus mit $N = 10$ (n.K. = nicht Konvergent) 62

4.7 Exakter Kontaktwinkel des zweiten Tropfens ermittelt mit der Software der Firma Krüss© 66

4.8 Kontaktwinkel des zweiten Tropfen ermittelt mit XMSA für eine reduzierte Anzahl von Winkelpunkten im rechten Viertel des Meniskus mit $N = 439$ 66

4.9 Kontaktwinkel des Spaltbildes bei ausschließlicher Anwahl von Winkelpunkten im Bereich der linken Wand $N = 123$ 68

4.10 Kontaktwinkel des Spaltbildes bei ausschließlicher Anwahl von Winkelpunkten im Bereich der rechten Wand $N = 39$ 68

4.11 Kontaktwinkel des Spaltbildes bei vollständiger Anwahl der Winkelpunkte auf der Phasengrenze $N = 264$ 71

Nomenklatur

A	Dispersionskonstante
a	freie Parameter, Kapillarkonstante
a_i	beliebige Anzahl freier Parameter
B	dimensionsloser Formparameter, Breite eines Tropfen
b	freie Parameter
C	Schallgeschwindigkeit
Ca	Kapillarzahl
c	freie Parameter
d	freie Parameter
E	Elastizitätsmodul
e	freie Parameter
e_h	Diskretisierungsfehler der DGL
f	freie Parameter, dimensionsloser Parameter
g	Gravitationskonstante
H	Höhe eines Tropfen, dimensionslose Dicke der Flüssigkeitsschicht
h	Steighöhe
I	Flächenträgheitsmoment
K	Krümmung
k	freier Parameter

l_s	Größenordnung einer Länge
M	Biegemoment, dimensionslose Verdampfungsmassenstromdichte
N	Anzahl der Stützstellen der DGL
P	dimensionsloser Druck
p	Substitutionsfunktion
p_s	Größenordnung des Drucks
q	Wärmestrom, Konvergenzordnung
R'	Radius einer Kapillarröhre
R^*	dimensionsloser Radius
R_0	Krümmungsradius der DGL im Meniskusminimum
R_K	Krümmungsradius des Kreises
R	dimensionsbehaftete Radius
r	Verdampfungsenthalpie
S	dimensionslose Bogenlänge
s	dimensionsbehaftete Bogenlänge, Standardabweichung
T	dimensionslose Temperatur
T_w, T_∞, T_{Sat}	Temperatur an der Wand, im Unendlichen, Sättigungstemperatur
v_l	Geschwindigkeit der verdampfenden Flüssigkeit normal zur Oberfläche
w	Absenkung
X, Y, Z	dimensionslose Ortskoordinate
X_0, Y_0, Z_0	dimensionslose Verschiebung der Mittelpunktskoordinate
x, y, z	dimensionsbehaftete Ortskoordinate
x_0, y_0	Verschiebung der Mittelpunktskoordinate
α	wärmeübergangszahl

β	Biot-Zahl
δ	Dicke der Flüssigkeitsschicht
δ_s	Größenordnung der Flüssigkeitsschicht
ϵ	dimensionloser Parameter
σ	Oberflächenspannung
ρ_l, ρ_v	Dichte der Flüssigkeit / des Dampfes
θ	Benetzungswinkel
θ_1, θ_2	Benetzungswinkel nach Morris aus zwei unterschiedlichen Gleichungen
θ_l, θ_r	Benetzungswinkel an der linken / rechten Wand
η_l	dynamische Viskosität der Flüssigkeit
κ	Adiabatenexponent
λ_l	Wärmeleitfähigkeit der Flüssigkeit
$\phi_{\frac{h}{2}}, \phi_h, \phi_{2h}$	Endergebnis einer beliebigen numerischen Berechnung

Kapitel 1

Einleitung

In vielen thermodynamischen Anwendungen wird versucht, die Wärmestromdichte stark zu erhöhen. Besonders für die Kühlung werden steigende Anforderungen an den übertragenen Wärmestrom bei gleichzeitig kleinerer Fläche gestellt. Diese Ansprüche gelten insbesondere für Kühlvorrichtungen von elektronischen Bauteilen mit hohen Leistungsdichten. Aufgrund der hohen Verdampfungsenthalpie sind Prozesse mit Phasenwechsel für diese Einsatzgebiete besonders geeignet. In “Heat Pipes” und “Capillary Pumped Loops” wird zusätzlich der Kapillareffekt verwendet. Dadurch erreichen diese Wärmeübertrager hohe Wärmestromdichten, ohne dass von außen Antriebsenergie zugeführt werden muss. Das zentrale Element dieser Bauart ist ein Flüssigkeitsmeniskus, d.h. eine gekrümmte Phasengrenze zwischen Flüssigkeit und Dampf. Dieser Meniskus bildet sich in den Kapillarstrukturen der Wärmeübertrager.

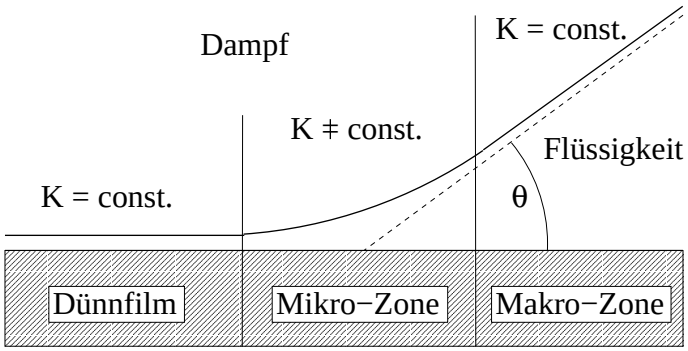


Abbildung 1.1: Darstellung der geometrischen Form im Bereich der Mikro-Zone

In zahlreichen Untersuchungen hat sich gezeigt, dass die Gesamtleistung besonders von dem Bereich bestimmt wird, in dem sich die Phasengranze der Wand nähert (siehe Abbildung 1.1).

Hierzu wird nach [STE92] der Flüssigkeitsmeniskus in drei räumliche Bereiche unterschieden:

- Makro-Zone
- Mikro-Zone
- Dünnfilm

Dabei ist zu beachten, dass die Wärmeleitfähigkeit der Wand im allgemeinen viel größer als die Wärmeleitfähigkeit der Flüssigkeit ist. Im Bereich der Makro-Zone ist der Wärmewiderstand durch Wärmeleitung infolge des langen zurückzulegenden "Weges" durch die Flüssigkeit sehr groß. Zu beachten ist ebenfalls, dass sich der Meniskus mit konstanter Krümmung der Wand nähert.

Im zweiten Bereich, der Mikro-Zone, ist ein starker Anstieg der Krümmung zu beobachten. Makroskopisch ensteht daher der Eindruck eines "sichtbaren" Benetzungswinkels (siehe Abbildung 1.1). In diesem Bereich nimmt die Dicke des Flüssigkeitsfilms und damit auch der Wärmeleitungswiderstand stark ab. Dieser geringe Wärmewiderstand führt bei entsprechend hoher Wandüberhitzung zu einem verhältnismäßig großen Wärmestrom mit gleichzeitiger Verdampfung der Flüssigkeit.

Im Bereich des Dünnfilms, der nur wenige Moleküllagen dick ist, dominieren die Adhäsionskräfte zwischen den Flüssigkeitsmolekülen und der Wandoberfläche. An diesem absorbierten Film findet daher keine Verdampfung statt und der Wärmewiderstand ist groß.

Der Wärmetransport und die damit verbundene Verdampfung konzentriert sich somit auf den Bereich der Mikro-Zone. Sie hat entscheidenden Einfluss auf die Effektivität des Verdampfers im Wärmeübertrager. Die damit verbundene Verdampfungsrate ist abhängig von den physikalischen Eigenschaften der Mikro-Zone. Diese Eigenschaften werden größtenteils von der verwendeten Stoffpaarung bestimmt. Dazu gehören beispielsweise die Wärmeleitfähigkeit, Wärmekapazität und die Dichte der Werkstoffe – aber auch die Oberflächenspannung, die Verdampfungsenthalpie und die Sättigungstemperatur der Flüssigkeit. Wichtige Randbedingungen, die von außen vorgegeben werden, sind die Betriebstemperatur und der zugeführte Wärmestrom.

Diese Bedingungen bestimmen den Krümmungsverlauf der Oberfläche im Bereich der Mikro-Zone und damit den sichtbaren Benetzungswinkel. Daher kann der Kontaktwinkel als Maß zur Beurteilung der Benetzungseigenschaften herangezogen werden. Er beeinflusst sowohl den Wärmeübergang durch die Form des Meniskus,

als auch die Pumpleistung des Wärmeübertragers. Die maximale Pumpleistung bestimmt bei Wärmeübertragern mit Kapillarstruktur häufig die Leistungsgrenze, so dass die Benetzungseigenschaften eine große Bedeutung haben.

Der sichtbare Benetzungswinkel ist daher sowohl in theoretischen wie auch in experimentellen Untersuchungen eine wichtige Größe, um Aussagen über die gegenseitige Beeinflussung von Wärmetransport und Benetzungseigenschaften zu treffen. Dabei wird der Benetzungswinkel in theoretischen Ausarbeitungen berechnet, während er bei experimentellen Versuchen anhand von Bildern gemessen wird.

Ziel dieser Arbeit ist es daher, sowohl einen theoretischen Ansatz zur Berechnung des sichtbaren Benetzungswinkels darzustellen, als auch ein Programm als Hilfsmittel zur Auswertung von Bildern zu implementieren. Bei beiden Teilen sollen die am Fachgebiet für Technische Thermodynamik durchgeführten experimentellen Untersuchungen besonders berücksichtigt werden. Dabei handelt es sich um einen Versuchsstand, in dem zwei parallel zueinander aufgestellte großflächige Platten einen Abstand von wenigen Millimetern besitzen [HÖH01]. Diese Platten stehen senkrecht in einem teilweise mit Flüssigkeit befüllten Behälter. In dem zwischen den beiden Platten befindlichen Spalt wirken daher Kapillarkräfte. Infolgedessen steigt die Flüssigkeit innerhalb des Spaltes nach oben und es bildet sich ein gleichförmiger Meniskus aus. Wird dieser Spalt in Längsrichtung mit einer Kamera beobachtet, so lässt sich der Verlauf der Flüssigkeitsoberfläche im Spalt aufnehmen. Dabei ist zu beachten, dass sich der ausgebildete Meniskus in Längsrichtung des Spaltes nicht verändert. Diese Seitenansicht des “ebenen” Spaltes ist in Abbildung 1.2 dargestellt. Von den beiden im Behälter befindlichen Platten wird eine Platte zusätzlich beheizt. Diese Erwärmung simuliert den abzuführenden Wärmestrom im Verdampfer. Gleichzeitig kann die Änderung der Benetzungseigenschaften in Abhängigkeit von den eingestellten Bedingungen (Wärmestrom, Stoffeigenschaften (Wasser – Stahl)) beobachtet werden.

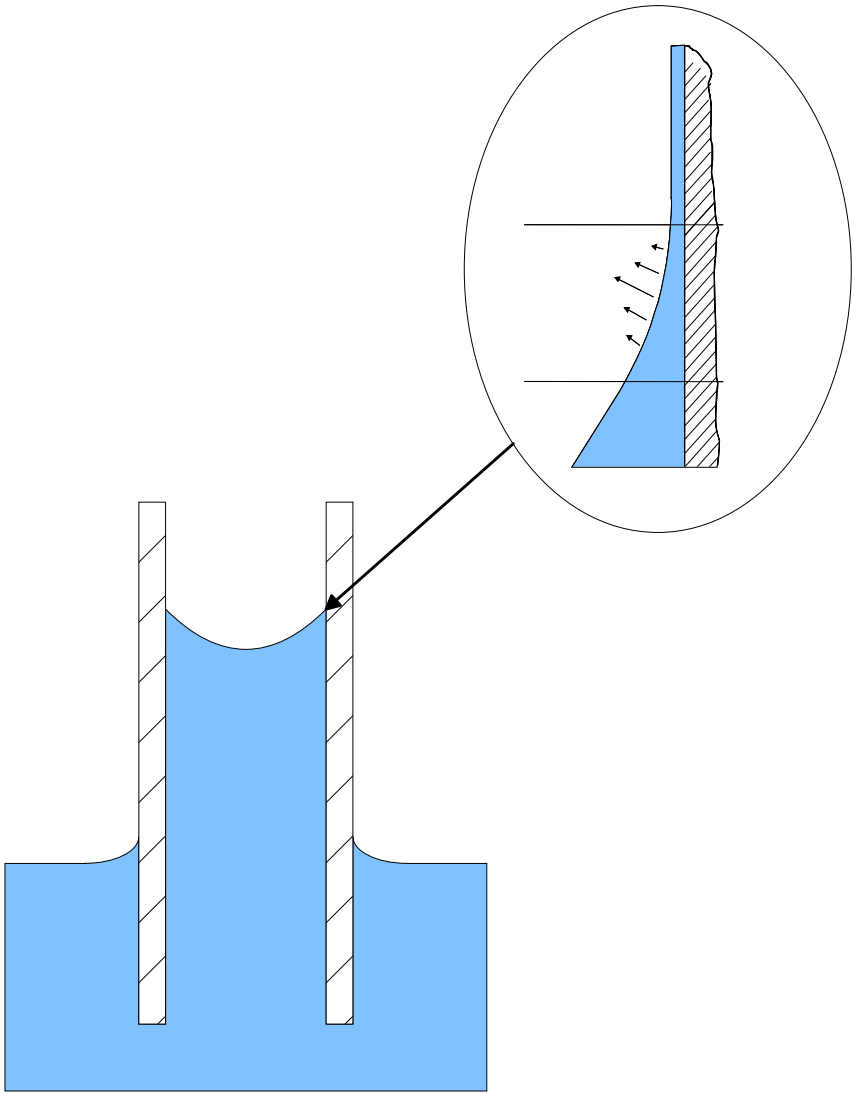


Abbildung 1.2: Mikro-Zone im ebenen Spalt

Kapitel 2

Berechnung des Kontaktwinkels

Im Rahmen der Literaturrecherche zu diesem Kapitel konnte nur ein Berechnungsmodell gefunden werden, welches direkt einen Benetzungswinkel in Abhängigkeit vom Temperaturprofil in einer geschlossenen mathematischen Form berechnet. Andere in der Literatur gefundene Berechnungsmöglichkeiten [STE92], [WAY71] basieren auf der Lösung von Differentialgleichungssystemen und sollen daher hier nicht weiter beachtet werden.

Das gefundene Modell wird von seinem Autor in [MOR00] und [MOR01] ausführlich vorgestellt und beschrieben. Dabei enthält nur die zuletzt genannte Literaturstelle eine genaue Herleitung zur Berechnung des Benetzungswinkels. In diesem Kapitel werden daher die Ausgangsgleichungen, die wichtigsten durchgeführten Vereinfachungen und die sich daraus ergebende Gleichung für den Benetzungswinkel näher betrachtet. Neben der Darstellung der Analyse von Morris werden wichtige Annahmen diskutiert und mit experimentellen sowie numerischen Ergebnissen aus der Literatur verglichen. Die Gleichungen von Morris werden in einem Programm implementiert und ein Ergebniss einer Rechnung vorgestellt. Ausgangspunkt der Untersuchungen ist eine Geometrie, wie sie in Abbildung 2.1 zu sehen ist.

Dabei wird eine Wand von einer verdampfenden Flüssigkeit benetzt. Der über der Flüssigkeit vorliegende Dampf ist jedoch kein Einkomponentensystem, sondern kann noch mehrere Inertgase enthalten. Der totale Gasdruck wird daher durch p_a dargestellt, während p_v den lokalen Partialdruck der Flüssigkeitskomponente im Dampf beschreibt. Zusätzlich werden noch der lokale Partialdruck der Flüssigkeitskomponente im Dampf im Unendlichen p_0, der Druck in der Flüssigkeit im Unendlichen $p_{l\infty}$ und der lokale Druck $p_a - \Delta p$ in der Nähe der Flüssigkeitsoberfläche

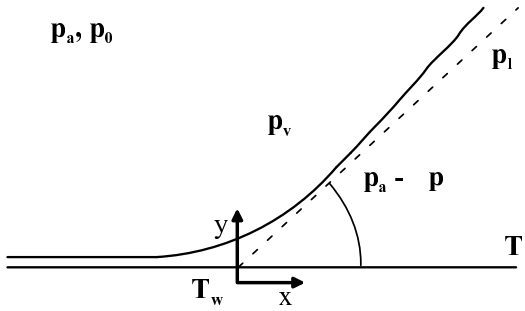


Abbildung 2.1: Definition der Geometrie für die Berechnung des Kontaktwinkels nach Morris [MOR01]

definiert. Weiterhin bilden T_{sat} die Sattdamfptemperatur, T_W die Wandtemperatur und T_∞ die einheitliche Temperatur im Unendlichen.

Mit dieser Hilfe lassen sich nun für x im Bereich von $-\infty$ bis $+\infty$ die Massenbilanz, die kinetische Gasgleichung nach [CAM80], die Enthalpiebilanz und eine Gleichung für den Druckunterschied aufstellen. Dabei ist $\delta(x)$ der Verlauf der Filmdicke, $T(x)$ die Temperatur an der Phasengrenze, $\dot{m}(x)$ die verdampfende Massenstromdichte, C die Schallgeschwindigkeit im Dampf, ρ die Dichte, λ die Wärmeleitfähigkeit und c die spezifische Wärmekapazität.

$$\rho_l \frac{d}{dx}\left(\delta^3 \frac{dp_l}{dx}\right) = 3\eta\dot{m} \tag{2.1}$$

$$\frac{\rho_l}{\rho_v}\frac{C\dot{m}}{\sqrt{\frac{2}{\pi}\kappa}} = (p_l - p_0) + \rho_l r \frac{T - T_{sat}}{T_\infty} \tag{2.2}$$

$$\frac{\lambda_l\,(T_w - T)}{\delta} = r\dot{m} \tag{2.3}$$

$$p_a - p_l = \sigma\frac{d^2\delta}{dx^2} + \frac{A}{\delta^3} \tag{2.4}$$

Die Randbedingungen für dieses Gleichungssystem sind, dass

- der lokale Druck in der Flüssigkeit im Unendlichen den Wert $p_{l\infty}$ annimmt,
- die Temperatur T an der Stelle x im Unendlichen den Wert T_∞ erreicht und
- die Steigung des Filmdickenverlaufs im negativen Unendlichen den Wert Null als Grenzwert besitzt.

Mathematisch lassen sich diese Bedingungen wie folgt formulieren:

$$p_l \to p_{l\infty} \qquad \text{für} \qquad x \to \infty \tag{2.5}$$

$$T \to T_\infty \qquad \text{für} \qquad x \to \infty \tag{2.6}$$

$$\frac{d\delta}{dx} \to 0 \qquad \text{für} \qquad x \to -\infty \tag{2.7}$$

Für das Aufstellen des Gleichungssystems (2.1 - 2.7) wurden jedoch bereits einige Näherungen durchgeführt. Bei der Massenbilanz wird die Annahme verwendet, dass an der Flüssigkeitsoberfläche keine Schubspannungen existieren. Die kinetische Gasgleichung wurde mit Hilfe einer Beziehung von [GUG67] unter der Voraussetzung einer vernachlässigbaren Druckdifferenz im Dampf linearisiert. Ebenfalls wird die Druckdifferenz zwischen der Flüssigkeit $p_{l\infty}$ und dem Dampf $p_{v\infty}$ im Unendlichen nicht berücksichtigt und zu Null gesetzt. Streng genommen bedeutet dies, dass die Lösung nur für eine benetzte Wand gültig ist und nicht für eine Rille oder einen Spalt, in dessen Mitte noch eine Oberflächenkrümmung vorliegt.

Weiterhin ist die Enthalpiebilanz nur eine konsistente Näherung der exakten Gleichung von [DEL74] und die Krümmung K der Flüssigkeitsoberfläche ist direkt proportional zu $\frac{d^2\delta}{dx^2}$. Die letzte Vereinfachung beinhaltet dabei, dass sich die Oberfläche der Flüssigkeit durch einen Kreis mit dem konstanten Radius $\frac{1}{K}$ beschreiben lässt.

Im weiteren werden zunächst die dimensionslosen Variablen P, T, H und M gebildet. Sie stehen für den dimensionslosen Druck, die Temperatur, den Filmdickenverlauf und die Verdampfungsmassenstromdichte. Das Gleichungssystem (2.1 - 2.7) kann mit dieser Hilfe in die Form

$$\left(H^3 P_x\right)_x = fM \tag{2.8}$$

$$M = P + T \tag{2.9}$$

$$\frac{1-T}{H} = \beta M \tag{2.10}$$

$$\epsilon - P = H_{xx} + \frac{1}{H^3} \tag{2.11}$$

$$H_x \to 0 \qquad \text{für} \qquad x \to -\infty \tag{2.12}$$

$$P \to 0 \qquad \text{für} \qquad x \to \infty \tag{2.13}$$

überführt werden. Dabei stellen ϵ, β und f drei dimensionslose Parameter dar. Sie sind wie folgt definiert:

$$\epsilon = \frac{p_{l\infty} - p_{v\infty}}{p_s} \tag{2.14}$$

$$f = \frac{p_f}{p_s} \tag{2.15}$$

$$\beta = \alpha \frac{\delta_s}{\lambda_l} \tag{2.16}$$

p_s, p_f, δ_s, l_s, v_l und α bilden in diesen Parametern dimensionsbehaftete Größen. Sie werden gemäß

$$p_s = \rho_l r \frac{T_w - T_\infty}{T_{sat}} = p_{l\infty} - p_l\,(-\infty) \tag{2.17}$$

$$p_f = 3\eta_l \frac{l_s^2 v_l}{p_s \delta_s^3} \tag{2.18}$$

$$\delta_s = \sqrt[3]{\frac{A}{p_s}} \tag{2.19}$$

$$l_s = \sqrt{\sigma \frac{\delta_s}{p_s}} \tag{2.20}$$

$$v_l = \sqrt{\frac{2}{\pi}\kappa}\, \frac{\rho_v}{\rho_l} \frac{r}{C} \frac{T_w - T_\infty}{T_{sat}} \tag{2.21}$$

$$\alpha = \rho \frac{r v_l}{T_w - T_\infty} = \sqrt{\frac{2}{\pi}\kappa}\, \rho_l \frac{r^2}{C T_{sat}} \tag{2.22}$$

berechnet. Einige dieser 6 dimensionsbehafteten Größen und 3 dimensionslosen Parameter können wie folgt gedeutet werden:

p_s	Druckdifferenz zur Aufrechterhaltung der Querströmung
p_f	Druckdifferenz zur Aufrechterhaltung der Strömung bei einer Filmdicke mit der Größenordnung δ_s
δ_s	Größenordnung der Filmdicke
v_l	Größenordnung der Geschwindigkeit der Flüssigkeit normal zur Oberfläche
α	Wärmeübergangszahl im Bereich der Verdampfung

β	Biotzahl (Verhältnis aus dem Wärmeleitungswiderstand der Flüssigkeit zum Wärmeübergangswiderstand an der Oberfläche)
f	"viskoser" Widerstand der Strömung bei der Verdampfung
ϵ	Größe der Geschwindigkeitsvektoren

Dieses Gleichungssystem (2.8 - 2.22) ist die Basis weitergehender Untersuchungen. Mit Hilfe von weiteren mathematischen Umformungen der dimensionslosen Gleichungen (2.8 - 2.11) und der Randbedingungen (2.12 - 2.13) wird das Gleichungssystem soweit verändert, bis einige Grenzwertbetrachtungen für die drei Parameter durchgeführt werden können. Diese Grenzwertbetrachtungen lauten zunächst:

$$\epsilon = 0 \tag{2.23}$$

$$\epsilon \ll \beta \ll 1 \tag{2.24}$$

$$f \approx 1 \tag{2.25}$$

Diese Grenzwertbetrachtungen werden anhand von Simulationsergebnissen von [STE92] und [DAS93] sowie an experimentellen Daten von [KIM94] überprüft. Dabei variiert ϵ von $9,0E-9$ bis $0,06$, β von $0,01$ bis $0,2$ und f von $0,2$ bis 7. In allen Fällen ist die Größenrelation $\epsilon \ll \beta \ll 1$ zufriedenstellend erfüllt.

Die Annahme (2.23) beinhaltet unter der damit verbundenen Voraussetzung $p_s \gg (p_{l\infty} - p_{v\infty})$, dass die Oberfläche der Flüssigkeit in Gleichung (2.11) stark durch das Geschwindigkeitsfeld der Flüssigkeitsströmung beeinflusst wird. Infolge dessen bildet sich ein sichtbarer Benetzungswinkel aus.

Im weiteren Verlauf der Berechnungen wird die Bedingung (2.24) zusätzlich verschärft und die Grenzwertbetrachtung $\beta \to 0$ eingeführt. Zusätzlich wird im Gleichungssystem eine Fallunterscheidung eingeführt. Diese Fallunterscheidung teilt das behandelte Problem in zwei Größenbereiche auf. Einerseits für sehr kleine x in die sogenannte "inner region" und für größere x in die "outer region".

Mit Hilfe des Gleichungssystems für die "inner region" kann der makroskopisch sichtbare Benetzungswinkel θ berechnet werden. Die Gleichung lautet:

$$\theta = Ca^{\frac{1}{4}} \left(1,95 - \frac{1}{2} \log_{10} \left(\beta k f^{\frac{1}{4}} \right) \right) \tag{2.26}$$

Dabei ist die Kapillarzahl Ca definiert durch

$$Ca = \eta_l \frac{v_l}{\sigma} = \sqrt{\frac{2}{\pi}\kappa}\,\frac{\rho_v}{\rho_l}\,\frac{T_w - T_\infty}{T_{sat}}\,\frac{\eta_l r}{\sigma C} \tag{2.27}$$

Während Ca, β und f bekannt sind, ergibt sich der vierte Parameter in Gleichung (2.26) k aus einem durchgeführten Reihenansatz. Da dieser Reihenansatz nach dem vierten Summanden abgebrochen wird, kann der sich ergebende Parameter k der "wahren" Lösung angepasst werden. Es ist daher möglich den Parameter k in Abhängigkeit von f zu berechnen. Der Verlauf $k(f)$ kann für den technisch wichtigen Bereich für f der Abbildung 2.2 entnommen werden. Auf eine eigenständige Berechnung des Parameters k wurde aufgrund des großen Zeitaufwandes verzichtet. Statt dessen wurde für die eigenen Berechnungen auf einige explizite Werte aus [MOR01] zurückgegriffen und durch diese eine Approximationsfunktion gelegt. Diese Approximationsfunktion besitzt im Vergleich zu den angegebenen Werten einen maximalen Fehler von $3,3\%$ und einen durchschnittlichen Fehler von $1,1\%$. Sie ist für f innerhalb des Intervalls von $0,05$ bis $20,0$ gültig. In einigen Testrechnungen konnte dabei gezeigt werden, dass diese Abweichung akzeptiert werden kann, da keine größere Abweichung bei der Berechnung des Benetzungswinkels auftritt.

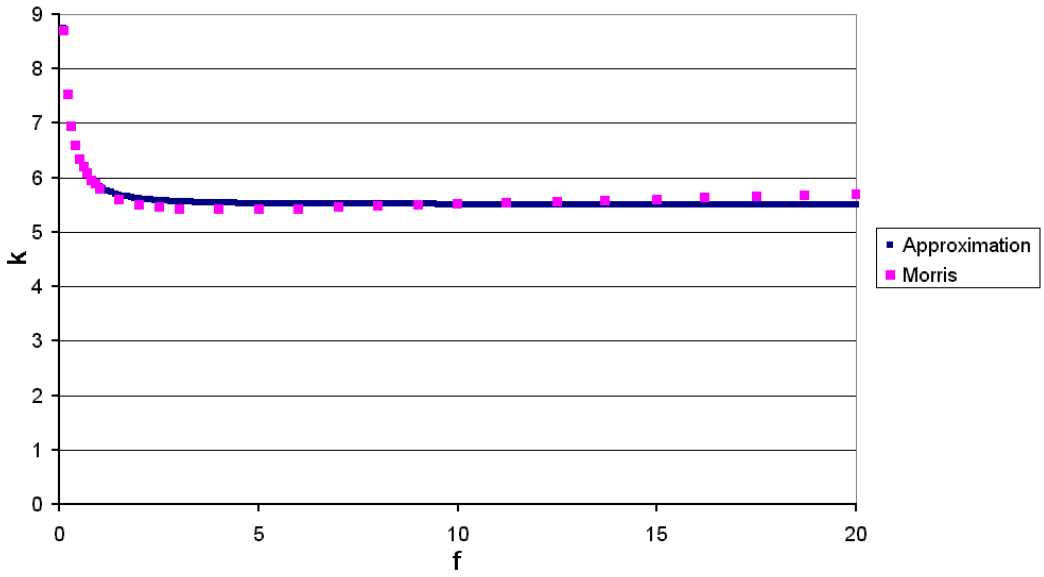


Abbildung 2.2: Verlauf von $k(f)$ für die Berechnung des Kontaktwinkels θ nach Gleichung (2.26)

Wird ausgehend von der Gleichung (2.26) ein größerer Fehler ($\pm 15\%$) im Vergleich zu praktischen Werten toleriert [MOR01], so lässt sich diese Gleichung zu der Form

$$\theta = 2,2\, Ca^{\frac{1}{4}} \tag{2.28}$$

vereinfachen.

Wird jedoch nicht nur das Gleichungssystem für die "inner region" näher betrachtet, sondern auch die Gleichungen für die "outer region", so lässt sich die dimensionslose Verdampfungsmassenstromdichte M in Abhängigkeit von der Strecke x berechnen. Der Verlauf der Funktion ist in Abbildung 2.3 für unterschiedliche Werte des Parameters β qualitativ dargestellt.

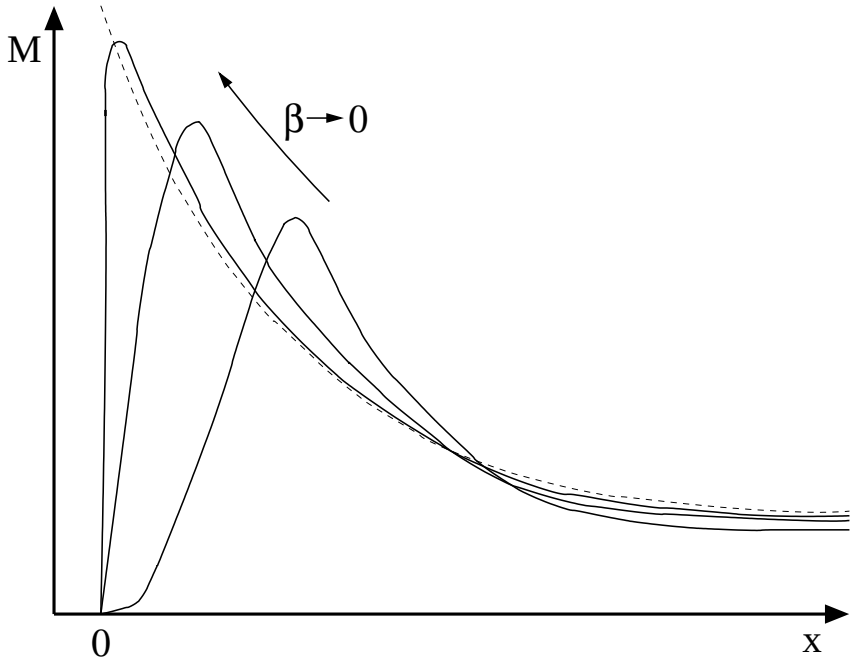


Abbildung 2.3: Qualitativer Verlauf der Verdampfungsmassenstromdichte nach Morris

Dabei ist zu beobachten, dass sich der Verlauf der Verdampfungmassenstromdichte für $\beta \to 0$ der Hyperbel $\frac{1}{1+x}$ (unterbrochene Linie) annähert. Im Grenzfall $\beta \to 0$ lässt sich diese Funktion integrieren. Als Ergebnis entsteht eine Gleichung für den Wärmestrom $\dot{Q}\,(x)$.

$$\dot{Q}\,(x) = \frac{\lambda_l\,(T_w - T_\infty)}{\theta} \ln\left(1 + \sqrt{\frac{2}{\pi}\kappa}\,\frac{\rho_v r^2}{\lambda_l C T_{sat}}\theta x\right) \tag{2.29}$$

Exaktere numerische Berechnungen von [STE92] und [KER00] zeigen, dass der qualitative Verlauf der Wärmestromdichte bzw. der Verdampfungsmassenstrom-

dichte durch die Gleichungen von Morris richtig wiedergegeben werden (siehe Abbildung 2.3). Ob jedoch die Annahme $\beta \rightarrow 0$ gerechtfertigt ist, müssen noch weitere Untersuchungen zeigen.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden die in diesem Kapitel vorgestellten Rechnungen mit Hilfe des Programms EXCEL© durchgeführt. Diese Berechnung wurde zunächst anhand einer Testrechnung überprüft. Hierzu wurde eine Werkstoffkombination aus [STE92] nachgerechnet. Das Ergebniss für den Benetzungswinkel nach [MOR01] stimmt sehr gut mit dem numerischen Resultat von [STE92] überein. Dabei liegen auch die dimensionslosen Parameter innerhalb der im Rahmen der Herleitung angenommenen Bereiche. Die Ergebnisse sind in Tabelle 2.1 aufgeführt. Die dort aufgeführten Benetzungswinkel θ_1 und θ_2 werden nach den Gleichungen (2.26) und (2.28) berechnet.

Nach dieser Verifikation der implementierten Berechnung wurde die gleiche Berechnung mit den im Experiment [HÖH01] verwendeten Werkstoffen durchgeführt. Im hier vorliegenden Fall für eine Wasser-Stahl-Werkstoffpaarung. Dabei zeigen die Zwischenergebnisse für den dimensionslosen Parameter f, dass die durchgeführten Näherungen nicht gültig sind. Ebenso ist die Anwendung der Approximationsfunktion für $f < 0,05$ nicht mehr zulässig. Der berechnete Kontaktwinkel kann daher nicht zum Vergleich mit späteren Messungen aus Experimenten herangezogen werden.

	NH_3 - Morris	NH_3 -[STE92]	H_2O - Morris
ϵ	$9,3E-6$	–	$2,7E-6$
β	$0,20$	–	$0,0013$
f	$0,22$	–	$0,0035$
θ_1	$19,45°$	–	$12,36°$
θ_2	$19,19°$	$19,7°$	$8,16°$

Tabelle 2.1: Gegenüberstellung der Berechnungsergebnisse für den sichtbaren Kontaktwinkel nach [MOR01] und [STE92]

Die Gleichungen nach [MOR01] können daher, wegen den einschränkenden Annahmen, nur begrenzt zur Berechnung des sichtbaren Kontaktwinkels verwendet werden. Auch mit Hilfe einer vom Autor angekündigten Erweiterung des Modells für Bereiche mit $\beta \neq 0$ lässt sich die am hier untersuchte Stoffpaarung Wasser – Stahl nicht berechnen. Infolgedessen ist für einen Vergleich der experimentellen ermittelten Kontaktwinkel auf das komplexere Modell von [STE92] zurückzugreifen.

Kapitel 3

Beschreibung des Flüssigkeitsmeniskus

Nachdem in Kapitel 2 ein theoretischer Ansatz zur Berechnung des Benetzungswinkels aufgezeigt wurde, ist die Aufgabe dieses Abschnittes, Möglichkeiten zu erläutern, mit denen aus experimentell erstellten Bildern der makroskopisch sichtbare Benetzungswinkel bestimmt wird. Hierfür werden Kamerabilder aus dem in Kapitel 1 beschriebenen Versuchsaufbau verwendet. Ein solches Bild ist in Abbildung 3.1 dargestellt.

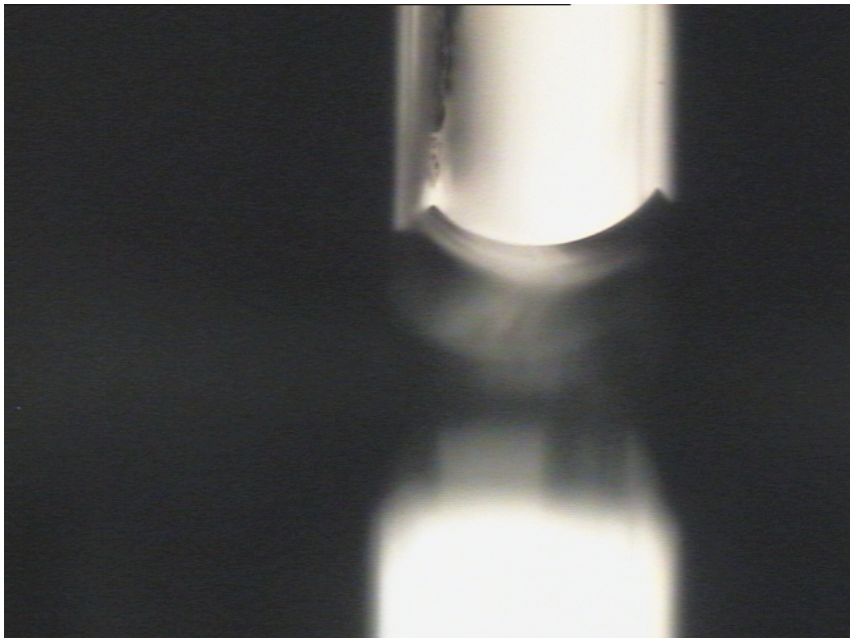


Abbildung 3.1: Aufgenommenes Kamerabild des Flüssigkeitsmeniskus im ebenen Spalt

Zu erkennen sind die beiden Wände, die einen Kapillarspalt bilden, und der erhobene Flüssigkeitsmeniskus. Nicht zu sehen ist das Bezugsniveau für die Erhebung, d.h. die nicht angehobene Flüssigkeit außerhalb des Spalts. Außerdem sind, wegen der geringen Auflösung der optischen Einrichtung, der Dünnfilm und die Mikro-Zone nicht erkennbar. Daher existiert für das menschliche Auge ein gut sichtbarer Bentzungswinkel. Ziel dieses Kapitels ist, diesen Kontaktwinkel möglichst genau und reproduzierbar zu bestimmen. In der Literatur werden hierzu meistens im Bereich der Wand manuell Tangenten an den Meniskus gelegt und der Steigungswinkel berechnet. Diese Art der Kontaktwinkelbestimmung ist jedoch nicht reproduzierbar. Aus diesem Grund soll versucht werden, möglichst viele Informationen aus dem Meniskusverlauf in eine automatische Bestimmung des Kontaktwinkels eingehen zu lassen. Daher soll die zur Bestimmung des Kontaktwinkels verwendete Funktion nicht nur eine einfache Tangente sein, sondern eine Funktion, die die Fähigkeit besitzt, den ganzen Verlauf der Meniskusoberfläche zu beschreiben. Wenn eine solche Funktion mit ihrem Funktionsverlauf die Oberfläche sehr gut wiedergibt, kann an der Stelle der Wände der Steigungswinkel und somit der Benetzungswinkel ausgewertet werden.

In diesem Abschnitt werden daher Funktionen und ihre Eigenschaften vorgestellt, die zur Beschreibung der gesamten Meniskusoberfläche verwendet werden können. Damit diese Funktionen diese Aufgabe optimal erfüllen können, besitzen sie beliebig viele freie Parameter a_i. Mit diesen Parametern lässt sich ihr Funktionsverlauf $y\,(x)$ verändern. Diese Parameter sind dabei so zu verändern (anzupassen), dass der Unterschied zwischen der sichtbaren Phasengrenze und ihrem Funktionsverlauf möglichst klein ist. Wenn diese Differenz minimal ist kann diser Funktionsverlauf näher betrachtet werden. Hierzu werden die Wände in Form von manuell bestimmten Geraden beschrieben. Am gemeinsamen Schnittpunkt beider Funktionen lässt sich dann der Schnittwinkel zwischen den beiden Funktionen errechnen. Dieser Schnittwinkel ist dann der mathematisch erzeugte und reproduzierbare Benetzungswinkel.

Im folgenden sei mit der $x-$Achse die horizontale und mit der $y-$Achse die vertikale Achse des Bildes gemeint. Die Bestimmung der Benetzungswinkel im ebenen Spalt mit einer allgemeinen Funktion kann somit wie folgt beschrieben werden:

1. Wahl von Vorgabewerten $\overline{y}\,(x_m)$, die den Funktionswert des Meniskus (Phasengrenze) an der Stelle x_m sehr gut beschreiben.

2. Auswahl einer geeigneten Funktion $y(x) = f(a_1, a_2, \ldots, a_n, x)$. Diese Funktion ist nicht nur von x abhängig, sondern besitzt zusätzlich n freie Parameter a_i.

3. Anpassung der n freien Parameter, so dass die Abweichung zwischen den Vorgabewerten $\overline{y}(x_m)$ und den Funktionswerten y an der Stelle x_m der beschreibenden Funktion $y(x)$, minimal wird $(\min |\overline{y}(x_m) - y(x_m)| = 0)$.

4. Bestimmung zweier Geraden, die die Oberfläche der Wände sehr gut beschreiben. Diese Geraden werden im weiteren als Basislinie bezeichnet. Im idealen Fall von senkrechten Wänden können sie durch zwei $x-$Koordinaten x_{B1} und x_{B2} beschrieben werden.

5. Berechnung der Schnittpunkte x_1, x_2 aus dem Funktionsverlauf $y(x)$ und den beiden Basislinien. Im Fall senkrechter Basislinien gilt $x_1 = x_{B1}$ und $x_2 = x_{B2}$.

6. Bilden der Ableitung y' von $y(x)$ an den Stellen x_1 und x_2. Aus diesen Steigungen kann anschließend der entsprechende Schnittwinkel zwischen den Basislinien und der Funktion $y(x)$ berechnet werden.

Dieser Berechnungsvorgang wurde im Rahmen dieser Arbeit in ein Programm implementiert. Die entsprechende benutzerorientierte und programmtechnische Umsetzung wird in dem Kapitel 5 beschrieben. An dieser Stelle soll nur die prinzipielle Vorgehensweise dieses Programms erläutert werden.

Zunächst wird das auszuwertende Bild eingelesen und auf dem Bildschirm angezeigt. Anschließend wählt der Benutzer, durch drücken der Maustaste im Bild, Vorgabewerte auf der Meniskusoberfläche aus. Diese Punkte werden im weiteren Winkelpunkte genannt. Gleichzeitig erfolgt auf ähnliche Weise die Definition der Basislinien. Hierzu werden jedoch für jede Basislinie nur zwei Punkte benötigt, durch die eine Gerade gelegt wird. Mit Abschluß dieser Eingaben wird vom Anwender eine Funktion $y(x) = f(a_1, a_2, \ldots, a_n, x)$ ausgewählt und die Parameter a_i vom Programm so angepasst, dass die Standardabweichung

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{j=0}^{j=m} \left(y(x_j) - \overline{y}(x_j)\right)^2} \tag{3.1}$$

minimal wird. Anschließend werden mit dieser optimierten Funktion die Schnittpunkte mit den Basislinien und danach die Schnittwinkel berechnet. In den

folgenden Unterkapiteln sollen daher verschiedene Funktionen vorgestellt werden, mit deren Hilfe die Meniskusoberfläche beschrieben werden kann.

3.1 Beschreibung der Meniskusoberfläche durch mathematische Funktionen

Die Oberfläche der Flüssigkeit in dem betrachteten Kapillarspalt kann mit Hilfe verschiedener Funktionsarten approximiert werden. Einerseits lässt sich die Form der Oberfläche durch eine Differentialgleichung (DGL) beschreiben. Der Ausgangspunkt zur Herleitung dieser Gleichung ist eine dem Spalt angepasste Young-Laplace-Gleichung. Diese Funktion basiert auf Gleichungen, die die physikalischen Effekte in dem Spalt berücksichtigen. Der Anwendungsbereich der DGL beschränkt sich auf einen statisch-isothermen Meniskus.

Andererseits besteht in Analogie zur Numerik die Möglichkeit den Verlauf der Phasengrenze durch verschiedene geometrische Funktionen zu approximieren. Diese geometrischen Funktionen lassen sich in die Kegelschnittgleichungen (z.B. Kreis, Ellipse) und Polynome unterteilen.

Diese verschiedenen Funktionen sollen in den zwei folgenden Unterkapiteln hergeleitet und vorgestellt werden.

3.1.1 Differentialgleichung

Betrachtet wird eine Geometrie wie sie in Abbildung 3.2 zu sehen ist. Aufgrund der Versuchsanordnung mit einem ebenen Spalt ist zu beachten, dass sich die Oberflächenkrümmung des Meniskus im Spalt nur in der Bildebene ändert. Senkrecht zur Bildebene ist die Krümmung Null bzw. der Krümmungsradius unendlich. Der Krümmungsradius der Oberfläche im Meniskusminimum ist R_0. Als erstes werden die Druckdifferenzen zwischen den Punkten $1, 2, 3, 7$ und 8 berechnet. Es ergibt sich

$$1 \longrightarrow 2 \qquad p_l|_{y=0} - p_l|_{y=h} = \rho_l g h \tag{3.1}$$

$$2 \longrightarrow 3 \qquad p_v|_{y=h} - p_l|_{y=h} = \tfrac{\sigma}{R_0} \tag{3.2}$$

$$3 \longrightarrow 7 \qquad p_v|_{y=h} - p_v|_{y=h} = 0 \tag{3.3}$$

$$7 \longrightarrow 8 \qquad p_v|_{y=0} - p_v|_{y=h} = \rho_v g h \tag{3.4}$$

$$8 \longrightarrow 1 \qquad p_v|_{y=0} - p_l|_{y=0} \approx 0 \tag{3.5}$$

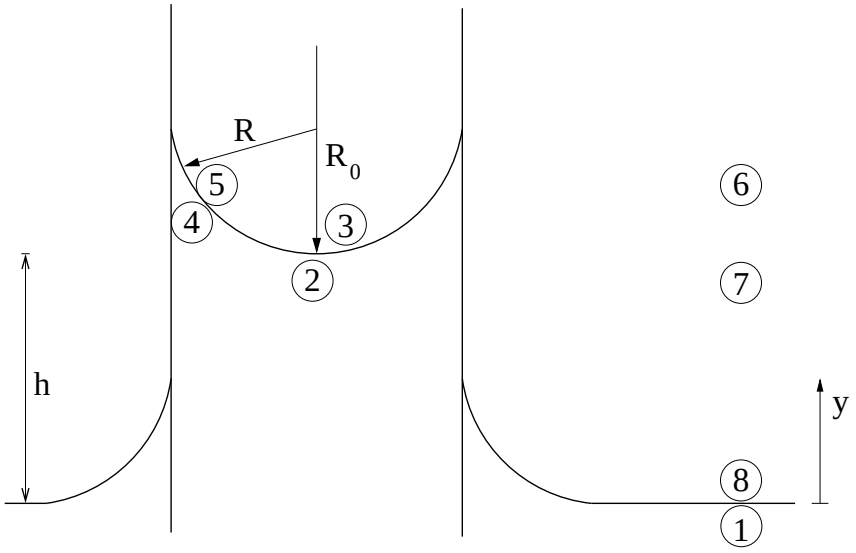


Abbildung 3.2: Betrachtung des ebenen Spalts zur Herleitung der Differentialgleichung

Werden die Gleichungen (3.1 - 3.5) ineinander eingesetzt, ergibt sich

$$(\rho_l - \rho_v)\, gh = \frac{\sigma}{R_0} \tag{3.6}$$

Diese Gleichung beschreibt für einen bestimmten Stoff die Abhängigkeit der Steighöhe von der Oberflächenspannung und dem Krümmungsradius im Meniskusminimum. Die direkte Proportionalität ist einfach erkennbar. Nimmt die Oberflächenspannung zu, z.B. durch eine Temperaturänderung, dann wird der Meniskus im Spalt ebenfalls steigen. Die Steighöhe h lässt sich auch in Abhängigkeit von der bekannten Kapillarkonstanten a, die in der Literatur auch als Laplacesche Länge bezeichnet wird, ausdrücken.

$$h = \frac{a^2}{R_0} \tag{3.7}$$

$$\text{mit} \quad a = \sqrt{\frac{\sigma}{(\rho_l - \rho_v)\, g}} \tag{3.8}$$

Das Aufstellen einer zweiten Gleichung ist möglich, wenn die Druckdifferenzen entlang der Punkte $1, 2, 4, 5, 6$ und 8 betrachtet werden:

$$1 \longrightarrow 2 \qquad p_l|_{y=0} - p_l|_{y=h} = \rho_l g h \tag{3.9}$$

$$2 \longrightarrow 4 \qquad p_l|_{y=h} - p_l|_{y\geq h} = \rho_l g\,(y-h) \tag{3.10}$$

$$4 \longrightarrow 5 \qquad p_v|_{y\geq h} - p_l|_{y\geq h} = \tfrac{\sigma}{R} \tag{3.11}$$

$$5 \longrightarrow 6 \qquad p_v|_{y\geq h} - p_v|_{y\geq h} = 0 \tag{3.12}$$

$$6 \longrightarrow 8 \qquad p_v|_{y=0} - p_v|_{y=h} = \rho_v g h \tag{3.13}$$

$$8 \longrightarrow 1 \qquad p_v|_{y=0} - p_v|_{y=0} \approx 0 \tag{3.14}$$

Werden auch diese Gleichungen in einander eingesetzt, ergibt sich eine modifizierte Young-Laplace-Gleichung:

$$0 = (\rho_l - \rho_v)\, g y - \frac{\sigma}{R} \tag{3.15}$$

Sie stellt eine Gleichung dar, mit der die Funktion $y\,(x)$, d.h. der Verlauf der Meniskusoberfläche, bereits berechnet werden kann. Dabei ist zu beachten, dass auch hier der Krümmungsradius R in der Bildebene liegt und einen endlichen Wert besitzt. Der Einfluss des zweiten Krümmungsradius senkrecht zur Bildebene ist, aufgrund des ebenen Spaltes, analog zur Gleichung (3.6) vernachlässigbar. Dies ist der einzige Unterschied zu der bekannten Young-Laplace-Gleichung. Zu beachten ist auch, dass in der Gleichung (3.15) der Faktor $(\rho_l - \rho_v)\, g$ als konstant angenommen wird.

Nach Einsetzen des funktionalen Krümmungsradius [BRO89] gemäß

$$\frac{1}{R} = \frac{y''}{(1+y'^2)^{\frac{3}{2}}} \tag{3.16}$$

in (3.15) gilt:

$$\frac{(\rho_l - \rho_v)\, g}{\sigma} y = \frac{y''}{(1+y'^2)^{\frac{3}{2}}} \tag{3.17}$$

Die Lösung dieser DGL 2.Ordnung beschreibt den Funktionsverlauf eines stationären und isothermen Meniskus in einem Kapillarspalt. In [ADA90] ist eine analytische Lösung dieser DGL angegeben. Sie kann aufgrund der dort verwendeten Randbedingungen aber nicht übernommen werden. Aus diesem Grund wird die DGL numerisch gelöst. Für eine bessere numerische Berechnung wird die Ordnung der DGL zunächst um eins reduziert. Dafür werden folgende Substitutionen

durchgeführt:

$$y' = p \tag{3.18}$$

$$y'' = p' = \frac{dp}{dx} = \frac{dp}{dy}\frac{dy}{dx} = \frac{dp}{dy}y' = \frac{dp}{dy}p \tag{3.19}$$

Durch Einsetzen in (3.17) und gleichzeitige Multiplikation mit dy ergibt sich

$$\frac{(\rho_l - \rho_v)\, g}{\sigma} y dy = \frac{p dp}{(1+p^2)^{\frac{3}{2}}} \tag{3.20}$$

Wird diese Gleichung unbestimmt integriert, gilt

$$\int \frac{(\rho_l - \rho_v)\, g}{\sigma} y dy = \int \frac{p}{(1+p^2)^{\frac{3}{2}}} dp \tag{3.21}$$

Während die Integration auf der linken Seite noch einfach erscheint, lässt sich die rechte Seite in [BRO89] nachschlagen. Die Lösung von (3.21) besitzt die Form

$$\frac{1}{2}\frac{(\rho_l - \rho_v)\, g}{\sigma} y^2 = -\frac{1}{\sqrt{1+p^2}} + C \tag{3.22}$$

Nach Rücksubstitution ergibt sich

$$\frac{1}{2}\frac{(\rho_l - \rho_v)\, g}{\sigma} y^2 = -\frac{1}{\sqrt{1+y'^2}} + C \tag{3.23}$$

Als nächstes wird die auftretende Integrationskonstante bestimmt. Hierfür ist bekannt, dass der Funktionsverlauf an einer Stelle x_0 ein Minimum der Höhe h besitzt. In der Differentialgeometrie bedeutet dies

$$y\,(x_0) = h \tag{3.24}$$

$$y'\,(x_0) = 0 \tag{3.25}$$

Diese Randbedingungen werden in (3.23) eingesetzt. Damit wählt man aus den Kurvenscharen der DGL die einzige physikalisch sinnvolle Lösung aus. Die DGL lässt sich dann in ihrer endgültigen Form schreiben.

$$\frac{1}{2}\frac{(\rho_l - \rho_v)\, g}{\sigma} y^2 + \frac{1}{\sqrt{1+y'^2}} - \frac{1}{2}\frac{(\rho_l - \rho_v)\, g}{\sigma} h^2 - 1 = 0 \tag{3.26}$$

Die konstanten Terme lassen sich in Abhängigkeit von der Kapillarkonstanten a ausdrücken:

$$\frac{1}{2}\frac{1}{a^2}y^2 + \frac{1}{\sqrt{1+y'^2}} - \frac{1}{2}\frac{1}{a^2}h^2 - 1 = 0 \tag{3.27}$$

Wird die Steighöhe h durch die Gleichung (3.6) ersetzt, erhält man die DGL, wie sie in dem in Kapitel 5 vorgestellten Programm implementiert wurde. Sie lautet vollständig:

$$\frac{1}{2}\frac{1}{a^2}y^2 + \frac{1}{\sqrt{1+y'^2}} - \frac{1}{2}\frac{a^2}{R_0^2} - 1 = 0 \tag{3.28}$$

$$\text{mit} \qquad a = \sqrt{\frac{\sigma}{(\rho_l - \rho_v)\, g}} \tag{3.29}$$

In diesem Programm dienen sowohl die Oberflächenspannung σ als auch der Krümmungsradius R_0 im Meniskusminimum als freie Parameter. Sie bestimmen nach Gleichung (3.6) gleichzeitig die Steighöhe h. Diese Strecke ist auf den auszuwertenden Bildern aber nicht zu sehen und kann in der experimentellen Anlage auch nicht ermittelt werden. Aus diesem Grund wird aus der DGL nur der berechnete Funktionsverlauf $y(x) - \min(y(x))$ für die Parameteranpassung näher betrachtet. Gleichzeitig werden dafür noch zwei weitere freie Parameter eingeführt: Die Parameter X_0 und Y_0 stellen die Verschiebung des Funktionsverlaufs $y(x) - \min(y(x))$ aus dem Koordinatenursprung dar. Mit ihnen wird der berechnete Funktionsverlauf $y(x) - \min(y(x))$ optimal in die Vorgabewerte (Winkelpunkte) eingepasst. Es müssen daher in Wirklichkeit vier freie Parameter bestimmt werden, damit die Abweichung zwischen der Funktion und den Winkelpunkten minimal wird. Dies sind einerseits die Parameter σ und R_0, die die Form der Funktion beschreiben, und zum anderen X_0 und Y_0, die die Lage der Funktion in $x-$ und $y-$ Richtung festlegen.

Die eigentliche Berechnung von $y(x)$ in der DGL (3.28, 3.29) erfolgt als Anfangswertproblem. Als Anfangswerte dienen die Funktionswerte y und y' im Meniskusminimum. Diese Anfangswerte wurden bereits zur Berechnung der Integrationskonstante verwendet (3.24, 3.25). In diesen Gleichungen ist die unbekannte Steighöhe h durch die Kapillarkonstante a und den Krümmungsradius R_0 auszudrücken (Gleichung (3.7)). Die Anfangswerte ergeben sich damit zu

$$y(x_0) = \frac{a^2}{R_0} \tag{3.30}$$

$$y'(x_0) = 0 \tag{3.31}$$

Mit den Gleichungen (3.28 - 3.31) ist die DGL durch eine Vorwärtsapproximation (Bsp. Vorwärtsdifferenz, Runge-Kutta, ...) berechenbar. Im hier vorliegenden Fall wird das Runge-Kutta-Verfahren 4.Ordnung verwendet.

Im folgenden soll untersucht werden, wie gut die Anwendung des Runge-Kutta-Verfahrens bei Anwendung auf die nichtlineare DGL ist. Diese Untersuchungen werden dazu benötigt eine Stützstellenzahl zur Berechnung der DGL festzulegen. Hierzu wird eine Abschätzung des globalen Fehlers benötigt. Dieser Fehler lässt sich mit Hilfe der Konvergenzordnung berechnen. Dabei ist zu berücksichtigen, dass das Verfahren nur in der Theorie von 4.Ordnung genau ist. Die wahre Ordnung des Verfahrens ist aber deutlich niedriger. Die tatsächliche Ordnung des Verfahrens berechnet sich nach [SCH96] mit

$$q = \log\left(\frac{\phi_h - \phi_{2h}}{\phi_{h/2} - \phi_h}\right)\frac{1}{\log(2)} \tag{3.32}$$

Dabei stellen $\phi_{h/2}, \phi_h$ und ϕ_{2h} eine allgemeine Lösung des Verfahrens bei Verwendung der halben, der normalen und der dopppelten Schrittweite dar. Im hier vorliegenden Fall ist die allgemeine Lösung ϕ durch den Benetzungswinkel θ zu ersetzen. Diese Berechnungen wurden an einem Testbild durchgeführt. Dabei wurden die Winkelpunkte entlang einer Kreislinie gesetzt. Dieser Kreis sollte mit Hilfe der DGL und der Parameteranpassung approximiert werden. Der Kreis bildete einen Kontaktwinkel von ca. $45°$. Der mit der DGL approximierte Benetzungswinkel beträgt ca. $40°$.

Die Benetzungswinkel sind für die unterschiedlichen Gitterweiten der Tabelle 3.1 zu entnehmen. Zusätzlich wird in Tabelle 3.2 die tatsächliche Konvergenzordnung des Verfahrens angegeben. In diesen Tabellen ist N die Anzahl der berechneten Stützstellen.

N	500	1000	2000	4000	8000
θ_l	$39,8435$	$39,2069$	$39,2146$	$39,2196$	$39,2206$
θ_r	$39,5951$	$39,6171$	$39,6247$	$39,6293$	$39,6303$

Tabelle 3.1: Winkel in Abhängigkeit von der Anzahl der Gitterpunkte der numerischen Lösung der DGL

N	500	1000	2000	4000	8000
q für θ_l	–	NAN	$0,6323$	$2,2677$	–
q für θ_r	–	$1,5468$	$0,7064$	$2,1547$	–

Tabelle 3.2: Tatsächliche Konvergenzordnung der numerischen Lösung der DGL

Dabei ist in der zweiten Tabelle zu erkennen, dass die Konvergenzordnung erst für eine Stützstellenzahl von $N = 4000$ ansteigt. Dies ist Bedingung für die Berechnung einer konvergierende Näherung. D.h. erst für eine zunehmende Anzahl von Stützstellen konvergiert die DGL gegen den wahren Wert. Diese Aussagen liefern jedoch noch keine Hinweise über den Diskretisierungfehler, weil die Konvergenzordnung nur angibt, wie schnell man sich bei einer Verdopplung der Stützstellenzahl der wahren Lösung nähert. Daher muss noch der globale Fehler mit

$$e_h \approx \frac{\phi_h - \phi_{2h}}{2^q - 1} \tag{3.33}$$

berechnet werden. Er ist in der Tabelle 3.3 aufgetragen. Zu beachten ist, dass der globale Fehler des linken Kontaktwinkels bei $N = 1000$ mit Hilfe der minimal vorliegenden Konvergenzordnung berechnet wird. In Wirklichkeit ist der Diskretisierungsfehler aber deutlich größer. Ebenso zu beachten sind die Werte für $N = 8000$. Sie werden aus der Konvergenzordnung von $N = 4000$ berechnet und liegen höher als der wahre Wert.

N	500	1000	2000	4000	8000
θ_l	–	$(-1,1575)$	$0,0140$	$0,0013$	$(0,0003)$
θ_r	–	$0,0115$	$0,0120$	$0,0013$	$(0,0003)$

Tabelle 3.3: Diskretisierungsfehler der numerischen Lösung der DGL

Diese Fehler scheinen bereits für eine Auflösung von $N = 2000$ sehr niedrig zu sein. Es ist jedoch zu beachten, dass

- das Verfahren für $N = 1000$ noch keine ausreichende Stabilität besitzt,
- die oben durchgeführten Berechnungen streng genommen nur für lineare Differentialgleichungen gültig sind und
- nur mit einem Benetzungswinkel von ca. $40°$ gerechnet wurde. In Wirklichkeit sollen auch kleinere Winkel berechnet werden, bei diesen sich der Fehler in der Berechnung weiter fortpflanzt und der Fehleranteil stark ansteigt. So findet man bei einem Kontaktwinkel von $30°$, dass die Konvergenzordnung für $N = 4000$ bereits auf $1,4$ gesunken ist.

Aus diesen Gründen wurde mit einer Stützstellenanzahl von $N = 4000$ ein Kompromiss zwischen Genauigkeit und Rechengeschwindigkeit getroffen. Im Rahmen der

Testrechnungen zeigte sich, dass diese Stützstellenzahl auch für kleine Benetzungswinkel ausreichend ist. Sollten jedoch in den späteren Auswertungen nur Bilder verwendet werden, bei denen der Kontaktwinkel relativ groß ist, dann ist die oben durchgeführte Berechnung zu wiederholen und die Anzahl der Gitterpunkte zu reduzieren.

Um weitere Eigenschaften der DGL näher zu erläutern, ist es sinnvoll, sie in eine dimensionslose Form zu überführen. Dieses Vorgehen erfolgt in Analogie zu den Gleichungen die für die Beschreibung einer Tropfenkontur verwendet werden. Für eine ausführlichere Beschreibung der dort vorliegenden DGL ist [ROT82] sehr zu empfehlen. Ausgangspunkt der Herleitung dieser dimensionslosen Form ist Gleichung (3.15). Sie wird mit der Kapillarkonstanten a geschrieben als

$$\frac{1}{a^2} y = \frac{1}{R} \tag{3.34}$$

Zunächst wird ein neues Koordinatensystem eingeführt. Dabei wird in das Minimum des Meniskus ein $x, z-$Koordinatensystem eingeschrieben (siehe Abbildung 3.3). Die Umrechnung zwischen den beiden Systemen ist $y\,(x) = z\,(x) + h$. Außerdem wird in dieser Transformationsgleichung die Steighöhe h durch die Gleichung (3.6) und die Definition der Kapillarkonstanten a ersetzt. Somit gilt

$$\frac{1}{R_0} + \frac{z}{a^2} = \frac{1}{R} \tag{3.35}$$

Danach wird diese Gleichung durch den Krümmungsradius im Meniskusminimum R_0 dividiert, mit der Kapillarkonstanten a^2 multipliziert und mit der Definition des dimensionslosen Parameters B vereinfacht geschrieben als

$$B + \frac{z}{R_0} = \frac{a^2}{R_0} \frac{1}{R} \tag{3.36}$$

$$\text{mit} \quad B = \frac{a^2}{R_0^2} \tag{3.37}$$

Im weiteren sind einige infinitesimale Betrachtungen notwendig. Hierzu ist in Abbildung 3.3 ein Teil des Funktionsverlaufs $y\,(x)$ zwischen zwei dicht zusammenliegenden Punkten dargestellt.

Zunächst wird die Änderung des Winkels θ betrachtet. Es gilt:

$$\tan\,(d\theta) = \frac{ds}{R} \tag{3.38}$$

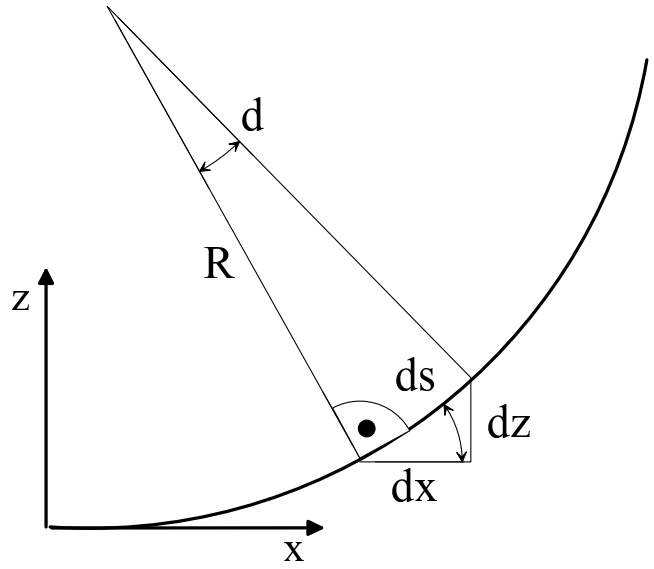


Abbildung 3.3: Infinitesimale Betrachtung der Meniskusoberfläche zur Herleitung der DGL

Wird für $\tan(d\theta)$ eine Näherung für kleine Winkel durchgeführt, dann ergibt sich

$$\tan(d\theta) \approx d\theta = \frac{ds}{R} \tag{3.39}$$

Gleichzeitig können dem Steigungsdreieck folgende Winkelbeziehungen entnommen werden, die im späteren DGL-System als Randbedingung dienen:

$$\sin(\theta) = \frac{dz}{ds} \tag{3.40}$$

$$\cos(\theta) = \frac{dx}{ds} \tag{3.41}$$

Nach Einsetzen der Gleichung (3.39) in (3.36) gilt

$$B + \frac{z}{R_0} = \frac{a^2}{R_0}\frac{d\theta}{ds} \tag{3.42}$$

Der nächste Schritt besteht darin, diese Gleichung zu entdimensionieren. Dafür wird die dimensionslose Variable Z definiert.

$$Z = \frac{z}{R_0} \tag{3.43}$$

Die Ableitung kann wie folgt mathematisch formuliert werden:

$$Z' = \frac{z'}{R_0} \tag{3.44}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{dZ}{dx} = \frac{1}{R_0}\frac{dz}{dx} \tag{3.45}$$

$$\Leftrightarrow \quad dZ = \frac{1}{R_0}dz \tag{3.46}$$

Auf die gleiche Art werden die Bogenlänge s, der Radius R, der Winkel $d\theta$ und die infinitesimale Strecke dx definiert:

$$S = \frac{s}{R_0} \tag{3.47}$$

$$\Leftrightarrow \quad dS = \frac{1}{R_0}ds \tag{3.48}$$

$$R^* = \frac{R}{R_0} \tag{3.49}$$

$$d\theta = \frac{ds}{R} = \frac{R_0 dS}{R_0 R^*} = \frac{dS}{R^*} \tag{3.50}$$

$$dX = \frac{dx}{R_0} \tag{3.51}$$

Durch Einsetzen der Gleichungen (3.46) und (3.48 - 3.51) in (3.40 - 3.35) ergibt sich das endgültige dimensionslose DGL-System zu

$$B + Z = \frac{B}{R^*} \tag{3.52}$$

$$dS\sin(\theta) = dZ \tag{3.53}$$

$$dS\cos(\theta) = dX \tag{3.54}$$

$$Z|_{S=0} = 0 \tag{3.55}$$

$$Z'|_{S=0} = 0 \tag{3.56}$$

Es ist an dieser Gleichung zu beachten, dass anschaulich nur noch der Parameter B dem Verlauf der Phasengrenze angepasst werden muss. Da er der einzige Parameter zu sein scheint, der die Funktion $y(x)$ bestimmt, wird er auch Formparameter der DGL genannt. Die Annahme, dass er der einzige freie Parameter ist, ist jedoch falsch. Hierzu soll kurz auf die verschiedenen Transformationen der Koordinatensysteme eingegangen werden. Die verschiedenen Koordinatensysteme sind in Abbildung 3.4 dargestellt.

Zunächst erhält der Rechner das Bild der Kamera. Das Einheitensystem besitzt dementsprechend die Grundeinheit [Pixel] (Teilabbildung 3.4 a). Auf diesem Bild

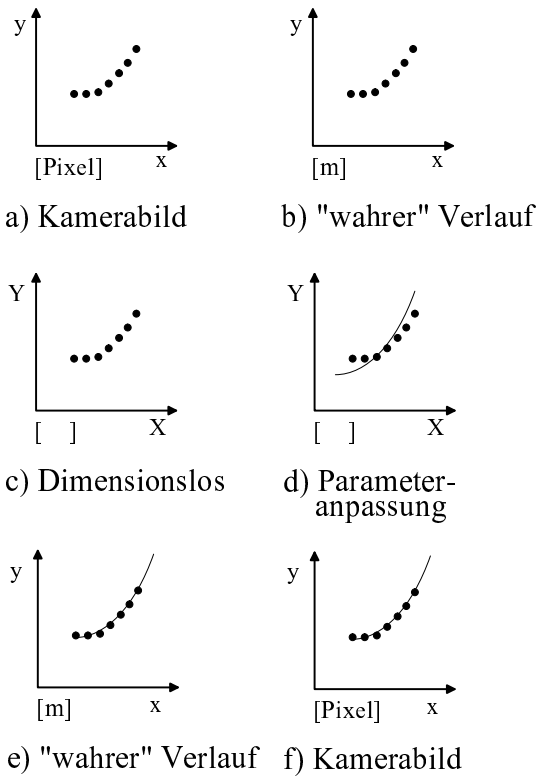


Abbildung 3.4: Koordinatensysteme der Kamera und der Gleichungssysteme

gibt der Benutzer die Winkelpunkte vor. Diese Koordinaten werden mit einem bekannten Skalierungsfaktor der Kamera multipliziert. Dieser Skalierungsfaktor ist mit der feststehenden Brennweite des Objektivs an einem Objekt bekannter Größe ermittelt worden. Der Faktor gibt daher an, welche physikalische Strecke einem Pixel in Wirklichkeit entspricht. Demnach liegen die Winkelpunkte nach dieser Transformation im “realen” Einheitensystem [m] vor (Teilabbildung 3.4 b). Anschließend werden die Winkelpunkte in das dimensionslose Einheitensystem überführt (Teilabbildung 3.4 c), indem sie durch R_0 dividiert werden. Anschließend erfolgt in diesem Koordinatensystem die Berechnung und die Anpassung der drei Parameter B, X_0 und Y_0 (Teilabbildung 3.4 d). Diese “scheinbare” Lösung wird mit R_0 multipliziert, damit die Lösung wieder im dimensionsbehafteten Einheitensystem [m] vorliegt (Teilabbildung 3.4 e). Anschließend wird diese Lösung noch durch den Skalierungsfaktor der Kamera dividiert, damit der Verlauf der Lösung im Kamerabild angezeigt werden kann (Teilabbildung 3.4 f).

Der Fehler bei dieser Art der Berechnung besteht darin, dass zu Beginn der Rechnung die Winkelpunkte mit dem Faktor $\frac{1}{R_0}$ in das dimensionslose Einheitensystem überführt werden müssen. Dieser Parameter ist jedoch nicht bekannt und muss daher ebenfalls als freier Parameter behandelt und bestimmt werden. Daher ist das

Anpassen der Parameter σ und R_0 in der DGL (3.28 - 3.31) identisch mit der Anpassung von B und R_0 in (3.52 - 3.56).

Abschließend soll noch einmal explizit darauf hingewiesen werden, dass R_0 nur einen Skalierungsfaktor darstellt, der den Funktionsverlauf in $x-$und $y-$Richtung gleichmäßig dehnt oder staucht. Der Parameter $B = \frac{a^2}{R_0^2} = \frac{1}{(\rho_l - \rho_v)g}\frac{\sigma}{R_0^2}$ hingegen bestimmt alleine die Form von $y\,(x)$. Dabei ist zu beachten, dass der freie Parameter R_0 den Formparameter B wesentlich stärker beeinflusst als die Oberflächenspannung σ.

3.1.2 Kegelschnittgleichungen und Polynome

In diesem Unterkapitel sollen verschiedene Funktionen vorgestellt werden, die die Fähigkeit besitzen, zumindest einen Teil der Meniskusoberfläche gut wiederzugeben. Für diese Funktionen existieren daher auch keine Herleitungen wie in Kapitel 3.1.1. Statt dessen wird verstärkt auf andere Arbeiten verwiesen, in denen diese Funktionen erwähnt oder bereits näher betrachtet worden sind.

So ist, im Bereich der numerischen Berechnung von Verdampfungsphänomenen in der Mikro-Zone, die Annahme der konstanten Krümmung sehr häufig zu finden [WAY71], [STE92], [DAS93], [KIM94]. Diese Voraussetzung erfüllt jedoch nur die Kreisgleichung

$$y\,(x) = y_0 \pm \sqrt{R^2 - (x - x_0)^2} \tag{3.57}$$

Dabei ist R der Kreisradius und x_0, y_0 der Kreismittelpunkt. Diese drei freien Parameter müssen so angepasst werden, dass die Standardabweichung zwischen den Winkelpunkten und der Kreisgleichung minimal ist. Für die Meniskusform des hier betrachteten Experiments ist es aber ausreichend, nur den “unteren” Teil des Kreises betrachten. Die Gleichung ergibt sich damit zu

$$y\,(x) = y_0 - \sqrt{R^2 - (x - x_0)^2} \tag{3.58}$$

Eine ähnliche Gleichung, die Ellipsengleichung, wird von [ERB00] erwähnt. In dieser Arbeit wird gezeigt, dass die Ellipsengleichung in der Lage ist, einen großen Bereich eines liegenden Tropfens zu beschreiben. Die Ellipsengleichung wird dabei mit der Lösung der DGL verglichen die sich ergibt, wenn in den Gleichungen (3.1-3.5, 3.9 - 3.14) die Oberflächenkrümmung senkrecht zur Bildebene berück-

sichtigt wird. Die Ellipsengleichung besitzt für die “untere” Hälfte die Form

$$y(x) = y_0 - \sqrt{b^2 - \frac{b^2}{a^2}(x - x_0)^2} \tag{3.59}$$

Dabei sind a und b die horizontale und vertikale Halbachse der Ellipse und somit x_0, y_0, a und b die freien Parameter der Funktion.

Nach Kundeninformationen edr Firma Krüss© [KRÜ01] ist außer diesen beiden Kegelschnittgleichungen auch die Hyperbel eine geeignete Funktion zur Beschreibung einer gekrümmten Phasengrenze. Ihr Funktionsverlauf wird berechnet mit

$$y(x) = y_0 + \sqrt{b^2 \left(1 + \frac{(x - x_0)^2}{a^2}\right)} \tag{3.60}$$

Diese drei Gleichungen (Kreis, Ellipse, Hyperbel) sind alle ein Sonderfall der allgemeinen Kegelschnittgleichung. Wenn die Bestimmung des Kontaktwinkels mit einer der drei obigen Funktionen erfolgreich funktioniert, ist es möglich, dass mit der allgemeinen Kegelschnittgleichung noch bessere Ergebnisse erreicht werden können.

$$a(x - x_0)^2 + 2b(x - x_0)(y - y_0) + c(y - y_0)^2 + 2d(x - x_0) + 2e(y - y_0) + f = 0 \tag{3.61}$$

Sie wurde jedoch wegen des hohen Programmieraufwandes noch nicht in das Programm implementiert.

Außer diesen speziellen Kegelschnittgleichungen können zur Beschreibung der Meniskusoberfläche auch die aus der Numerik bekannten Funktionen verwendet werden. Zu ihnen gehören die Geradengleichung, die Parabel oder auch die kubische Gleichung. Sie sind alle ein Spezialfall der allgemeinen Form

$$y(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i \tag{3.62}$$

Weitreichende Untersuchungen bezüglich des Verhaltens und der Genauigkeit dieser Funktionen an Tropfenformen sind in [RIO98] nachzulesen. Einige Ergebnisse dieser Untersuchungen werden in Kapitel 3.2 erläutert. Hier soll zunächst nur die mathematische Beschreibung der im Programm implementierten Approximati-

onsfunktionen erfolgen. Es wurden folgende Funktionen verwendet:

$$\text{Gerade}: \quad y(x) = a_1 x + a_0 \tag{3.63}$$

$$\text{Parabel}: \quad y(x) = a_3 x^2 + a_2 x + a_0 \tag{3.64}$$

$$4.\text{Ordnung}: \quad y(x) = a_4 x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \tag{3.65}$$

$$4.\text{Ordnung}: \quad x(y) = a_4 y^4 + a_3 y^3 + a_2 y^2 + a_1 y + a_0 \tag{3.66}$$

$$6.\text{Ordnung}: \quad y(x) = a_6 x^6 + a_5 x^5 + a_4 x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \tag{3.67}$$

Dabei ist zu beachten, dass die Gleichung (3.66) eine Umkehrfunktion 4.Ordnung darstellt. Ihre Anwendung ist auf den linken oder rechten Teil der Meniskusoberfläche beschränkt. Dies ergibt mathematisch daraus, dass für einen Funktionswert y (ein Punkt auf der Phasengrenze) nur eine $x-$Koordinate definiert ist.

3.2 Eigenschaften der Gleichungen

Ziel dieses Abschnittes ist es, die in Kapitel 3.1 vorgestellten Gleichungen hinsichtlich ihrer Fähigkeit zu untersuchen, den Verlauf der Phasengrenze wiederzugeben. Da mit Ausnahme der Differentialgleichung keine Approximationsfunktion aus physikalischen Überlegungen entstanden ist, wird die DGL als Referenzfunktion verwendet. Diese Annahme ist auch aus dem Grund gerechtfertigt, dass im Forschungsbereich bei den numerischen Simulationen die Oberfläche im Bereich außerhalb der Mikro-Zone nur mit Hilfe der Kreisgleichung abgebildet wird [WAY71], [STE92], [DAS93], [KIM94].

Die Annahme des konstanten Krümmungsradius über einen größeren Bereich des Meniskus wird beispielsweise bei einfachen physikalischen Betrachtungen durchgeführt. Dort wird ausgehend von der Gleichung (3.15) die Kreisfunktion zur Beschreibung der vollständigen Meniskusoberfläche angenommen. Das Ergebnis dieser Annahme ist die bekannte Young-Laplace-Gleichung [ADA90]. Zu beachten ist, dass in der allgemeinen Literatur die Young-Laplace-Gleichung an einer Kapillarröhre hergeleitet wird. Wird jedoch berücksichtigt, dass es sich in dem hier behandelten Fall um einen Spalt handelt, dann lautet die Gleichung

$$(\rho_l - \rho_v)\, gh = \frac{\sigma \cos(\theta)}{R'} \tag{3.1}$$

Dabei ist R' der halbe Abstand zwischen den beiden Spaltwänden.

Bevor jedoch die Funktionen miteinander verglichen werden, soll zunächst die Referenzfunktion untersucht werden. Hierfür ist in den Abbildungen 3.5 und 3.6 der Funktionsverlauf der DGL (pink) und der Krümmungsradius R (pink) eingezeichnet. Dabei stellt die DGL die optimal angepasste Funktion an den Kreis dar – und umgekehrt. Der Krümungsradius wird dabei gemäß der Gleichung (3.16) berechnet. Gleichzeitig sind zwei "virtuelle" Basislinien (rot) zur Anzeige der Spaltwände eingezeichnet, sowie zum Vergleich die beiden Funktionsverläufe bei einem Kreis (blau). Dabei wird in Abbildung 3.5 nur eine Übersicht über den berechneten, symmetrischen Verlauf gegeben. Der genaue Funktionsverlauf ist der Abbildung 3.6 zu entnehmen.

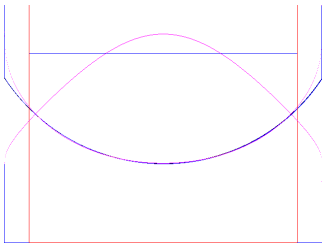


Abbildung 3.5: Übersicht über den berechneten Bereich zur Darstellung wichtiger Eigenschaften der DGL

Zunächst wird die allgemeine Form der Funktion $y\,(x)$ beschrieben. Diese Funktion besitzt ihr Minimum direkt in der Spaltmitte. Die Steigung ist entsprechend der Anfangsbedingung Null (Gleichung (3.24)). Der Funktionswert ist jedoch nicht die Steighöhe h (Gleichung (3.25)), sondern ein von der Lage des Meniskus im Bild bestimmter Wert, bzw. hier ein von der Lage des Kreises bestimmter Wert. Ausgehend von diesem Extremwert nimmt der Funktionswert und somit auch die Steigung nur langsam zu. Dies ist der Bereich, mit dem große Benetzungswinkel mathematisch beschrieben werden. Erst wenn sich die Funktion weiter von ihrem Minimum entfernt, beschleunigt sich diese Zunahme recht deutlich. Dieses Funktionsverhalten bleibt solange stabil bis die Steigung der Funktion an einer signifikanten Stelle den Grenzwert unendlich erreicht. An dieser Stelle endet die physikalisch sinnvolle Beschreibung einer Meniskusoberfläche.

Der Funktionsverlauf des Krümmungsradius lässt sich hingegen wie folgt charakterisieren: in der Spaltmitte (Meniskusminimum) besitzt der Krümmungsradius ein globales Maximum. Ausgehend von diesem Maximum verringert sich der Radius je weiter die DGL die "wahre" Oberfläche im Bereich der signifikanten Stelle beschreibt.

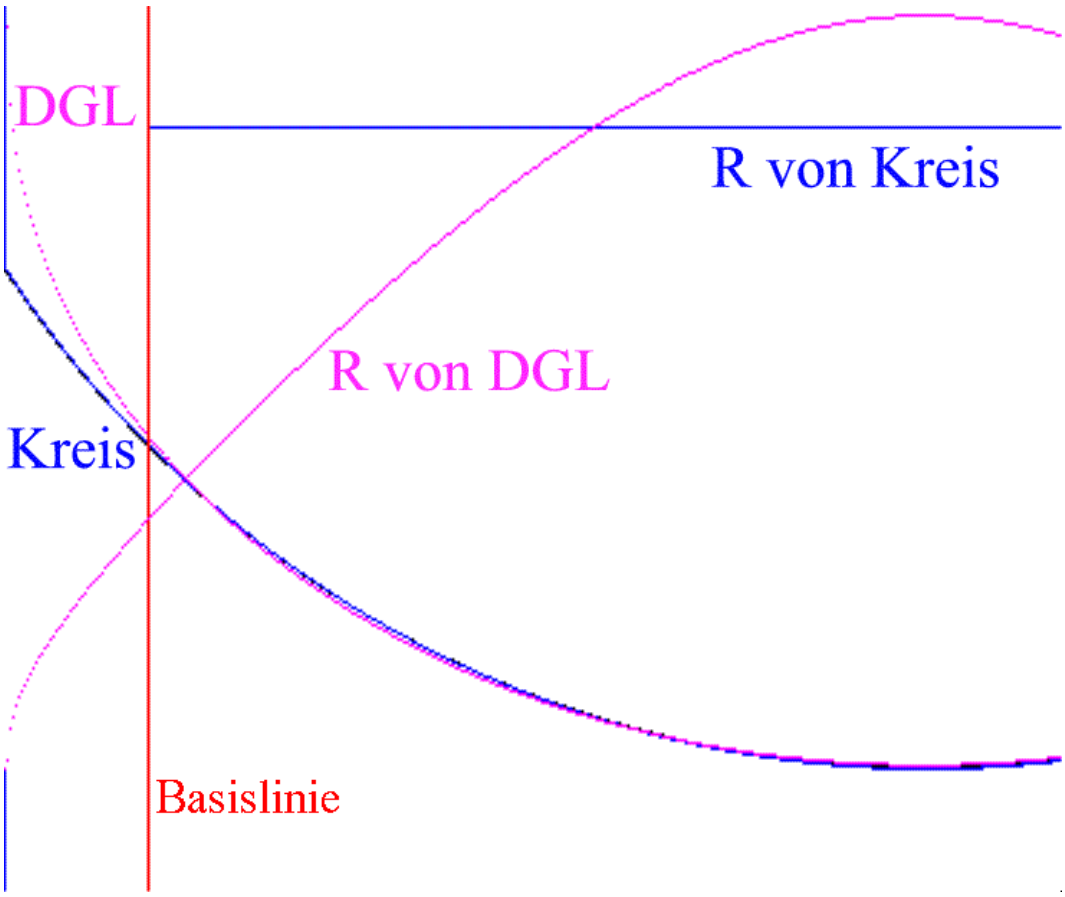


Abbildung 3.6: Ausschnitt aus dem Funktionsverlauf der DGL zur Darstellung der Eigenschaften der DGL

Werden die anderen Funktionen (Kreis, Ellipse, Hyperbel, ...) mit der DGL verglichen, so müssen diese, um die Realität möglichst gut abzubilden, ähnliche Funktionsverläufe besitzen. Diesbezüglich soll nun jede Funktion überprüft werden.

1. Kreis: Wie in der vorherigen Abbildung erkennbar ist, ist die Steigung im Bereich der großen Kontaktwinkel größer als bei großen Kontaktwinkeln bei der DGL. Im Bereich kleiner Kontaktwinkel ist die Steigung analog dazu kleiner. Dies bedeutet, dass der Kreis für große Kontaktwinkel einen kleineren Winkel erzeugen wird als die Differentialgleichung. Analog verhält es sich mit kleinen Kontaktwinkeln.

2. Ellipse: Sie ist aus mathematischer Sicht eine Verallgemeinerung des Kreises. Daher besitzt sie mit einem zusätzlichen freien Parameter die Möglichkeit die Phasengrenze besser zu beschreiben. Aus diesem Grund wird sie bei der späteren Anwendung immer eine Standardabweichung besitzen, die gleich oder sogar kleiner als die Standardabweichung eines Kreises ist. Deswegen wird der aus ihr berechnete Benetzungswinkel immer besser mit dem “wahren” Wert übereinstimmen. Außerdem hat sie die Fähigkeit, einen der DGL ähnlichen Verlauf des Krümmungsradius zu erzeugen. Dies ist der Fall, wenn die horizontale Halbachse kleiner ist als die vertikale Halbachse.

3. Hyperbel: Der Funktionsverlauf einer Hyperbel scheint im Bereich des Minimums dem eines Kreises zu entsprechen. Aber auch dort macht sich die Eigenschaft bemerkbar, dass sie zwei Hyperbeläste besitzt. Diese Hyperbeläste nähern sich im Unendlichen einer Grenzgeraden. Aus diesem Grund wird die Hyperbel nicht in der Lage sein, kleine Benetzungswinkel gut zu bestimmen. Für diesen Winkelbereich müssten die Grenzgeraden fast senkrecht sein. Der Funktionsverlauf der Hyperbel ist in diesem Fall nicht realitätsgetreu und erzeugt eine hohe Standardabweichung zu den Winkelpunkten auf der Meniskusoberfläche. Dieser Effekt konnte anhand von Testrechnungen auch für mittlere Benetzungswinkel nachgewiesen werden. Eine weitere negative Eigenschaft der Hyperbel ist, dass der Krümmungsradius in der Spaltmitte ein Minimum besitzt und der Krümmungsradius nach außen zunimmt. Diese Besonderheit existiert aufgrund der Hyperbeläste für jede Parameterkombination. Aus diesem Grund wird die Hyperbel nicht in der Lage sein, den Kontaktwinkel bei Vorgabe der gesamten Meniskusoberfläche exakt zu berechnen.

4. Parabel 2.Ordnung: Für den Funktionsverlauf des Krümmungsradius der Parabel gilt ähnliches wie für den Krümmungsradius der Hyperbel, d.h. in

der Spaltmitte existiert ein Minimum. Ausgehend von diesem Minimum nimmt der Krümmungsradius streng monoton zu. Trotz dieser Eigenschaft wird sie den Funktionsverlauf $y(x)$ besser approximieren als die Hyperbel. Der Grund dafür ist, dass im Parabelminimum sehr gut ein Kreis einbeschrieben werden kann, der seinerseits wieder eine recht gute Näherung der DGL darstellt. Entfernt man sich jedoch weiter von diesem Minimum wird die Abweichung zwischen Kreis und Parabel immer größer. Daher wird die Parabel die vollständige Meniskusoberfläche nur bis zu einem bestimmten Kontaktwinkel gut beschreiben. Danach wird der Fehleranteil zunehmen.

5. Parabel 4.Ordnung / Parabel 6.Ordnung: Für die Funktionsverläufe dieser Parabeln gilt, dass sie sich im vergleich zur Parabel 2.Ordnung dem "wahren" Verlauf immer weiter "anschmiegen" werden. Dabei wird der Fehleranteil immer geringer und der Bereich, in dem der berechnete Kontaktwinkel gut mit der Realität übereinstimmt, nimmt weiter zu. D.h. je höher die Ordnung des Polynoms ist, desto besser können kleinere Kontaktwinkel bestimmt werden. Jedoch ist auch diese Aussage nur begrenzt gültig. So ist es beispielsweise nicht möglich, mit einem Polynom sehr großer Ordnung einen Kontaktwinkel nahe 0° zu bestimmen. Der Wert der ersten Ableitung dieses Polynoms für diesen Kontaktwinkel müsste gegen unendlich gehen. Dies kann aber an einer fest vorgegebenen Stelle, wie sie die Wand darstellt, aufgrund der Stetigkeit der Ableitung von keinem Polynom erfüllt werden. Außerdem ist nach [RIO98] noch ein weiterer Effekt zu beachten: Bei großem "Rauschen" in den in der unmittelbaren Nähe von einer Wand ausgewählten Winkelpunkte, tendiert ein höherer Ansatz eines Polynoms eher dazu, diesem "Rauschen" zu folgen und einen falschen Kontaktwinkel zu berechnen. Trotzdem empfiehlt er für die Tropfengeometrie mindestens ein Polynom 5. Ordnung. Bei deutlich höheren Ansätzen (10. Ordnung) ist zusätzlich noch der numerische Fehler zu berücksichtigen, der beim Anpassen der freien Parameter entsteht. Eine höhere Ordnung als 6 ist jedoch mit den in der Programmiersprache IDL beiliegenden Funktionen zur Anpassung der Parameter nicht möglich.

6. Umkehrfunktion Parabel 4.Ordnung: Aus dem genannten Eigenschaften für die Parabeln 4. und 6.Ordnung lässt sich der Einsatzbereich dieser Umkehrfunktion ersehen. Sie ist zwar nicht in der Lage, einen vollständigen Meniskus zu beschreiben, besitzt aber im Gegensatz zu den anderen Parabeln die Fähigkeit, auch sehr kleine Kontaktwinkel zu bestimmen. Wird sie für einen solchen Fall eingesetzt, muss jedoch berücksichtigt werden, dass nur ein kleiner Bereich der Meniskusoberfläche in der Nähe einer Wand zum Setzen von

Winkelpunkten verwendet wird. Wenn nämlich der halbe Meniskus ausgewählt wird, gilt dasselbe wie für die normalen Parabeln beliebiger Ordnung. Nur ist in diesem Fall das Minimum der Flüssigkeitsoberfläche eine Stelle, an der die erste Ableitung den Grenzwert unendlich besitzt.

Zu beachten ist, dass, mit Ausnahme der Umkehrparabel 4.Ordnung, obige Aussagen nur bei der Vorgabe des vollständigen Meniskusverlaufs gelten, d.h. auf der gesamten Phasengrenze sind Winkelpunkte ausgewählt worden. Werden jedoch nur Teilbereiche des Meniskus vorgegeben, so sind die Aussagen unter Umständen zu revidieren. Dies hängt jedoch stark von den späteren Einsatzbedingungen (Qualität der Bildaufnahme, Güte der einzelnen Bildbereiche, ...) ab. So ist vorstellbar, dass unter bestimmten Umständen auch die Hyperbel eine brauchbare Auswertung bezüglich des Kontaktwinkels liefert.

Bisher wurden nur Aussagen über den Funktionsverlauf getroffen. Im Folgenden werden weitere Eigenschaften der DGL vorgestellt, um den Einfluss der Parameter auf die Lösung zu zeigen. Zunächst wird der dimensionslose Formparameter B betrachtet. Er ist zur Wiederholung wie folgt definiert:

$$B = \frac{1}{(\rho_l - \rho_v)\, g} \frac{\sigma}{R_0^2} \tag{3.2}$$

Ebenso gilt für die Steighöhe h:

$$h = \frac{1}{(\rho_l - \rho_v)\, g} \frac{\sigma}{R_0} \tag{3.3}$$

Aus diesen beiden Gleichungen wird ersichtlich, dass bei gleichem Stoff eine bestimmte Form der Meniskusoberfläche auch die Steighöhe festgelegt – und umgekehrt. Zwei verschiedene Flüssigkeiten können jedoch auch bei gleichem Formparameter eine unterschiedliche Steighöhe besitzen. Dies ist möglich, weil sich die beiden Parameter σ und R_0 paarweise verändern können. Wie aber bereits in Kapitel 3.1.1 gezeigt wurde, kann die Steighöhe nicht aus der Auswertung der experimentell erstellten Bilder ermittelt werden. Aus diesem Grund wird im hier vorliegenden Fall der augewählte Meniskus nur durch den Formparameter B beschrieben. Eine zusätzliche Kontrolle und Beeinflussung der Lösung über die Steighöhe ist daher nicht möglich.

Dies hat zur Folge, dass im hier betrachteten Fall alle Lösungen der DGL mit dem gleichen Parameter B im dimensionslosen Koordinatensystem die gleiche Standardabweichung besitzen. Dies ist die Folgerung daraus, dass im dimensionslosen

Koordinatensystem auch die freien Parameter X_0 und Y_0 angepasst werden. Wird außerdem die Standardabweichung in einem σ, R_0-Koordinatensystem aufgetragen, dann ergeben sich aus (3.2) die Linien der gleichen Standardabweichungen aus den Isolinien des entsprechenden Formparameters. D.h. jedem Formparameter ist direkt eine Standardabweichung zuzuordnen. Dieser Zusammmenhang lässt sich leichter erkennen, wenn die Gleichung (3.2) nach R_0 aufgelöst wird:

$$R_0 = \sqrt{\frac{1}{(\rho_l - \rho_v)\, gB}}\sqrt{\sigma} \tag{3.4}$$

Wird diese Gleichung in einem σ, R_0-Koordinatensystem für einen festen Formparameter eingezeichnet, dann stellt die eingetragene Funktion eine Wurzelfunktion dar. Auf jedem Punkt dieser Funktion (Parameterkombination von σ und R_0) besitzt die Lösung der DGL im dimensionslosen Koordinatensystem die gleiche Standardabweichung. Dies gilt jedoch nicht für die Parameteranpassung im dimensionsbehafteten Koordinatensystem, weil in diesem Koordinatensystem nicht nur ein, sondern zwei freie Parameter existieren. Aufgrund der Ähnlichkeit der DGL ist jedoch anzunehmen, dass die im dimensionslosen Koordinatensystem vorhandene Struktur nicht verloren geht.

Diese vermutete Eigenschaft wurde mit Hilfe von zwei Testrechnungen überprüft. Hierzu wurden in einem Testprogramm mit einem gleichbleibenden Satz von Winkelpunkten mehrere Berechnungen durchgeführt. Bei diesen Berechnungen wurden σ und R_0 fest vorgegeben und nur X_0 und Y_0 solange optimiert, bis die Standardabweichung minimal ist. Bei dieser Anpassungerechnung wurde die Oberflächenspannung im Bereich von $0,001$ bis $0,250\ N/m$ und der Krümmungsradius R_0 von $0,00001$ bis $0,0035\ m$ variiert. Teil dieses Testes war es ebenfalls, als Vorgabewert einen realen Meniskusverlauf unter den später erwarteten Bedingungen zu verwenden. In Abbildung 3.7 sind die berechneten und optimierten Standardabweichungen für die verschiedenen, jeweils fest vorgegebenen σ und R_0-Kombinationen dargestellt. In dieser Abbildung stellen besonders dunkle Grauwerte einen Bereich kleiner Standardabweichungen dar, währenddessen große Standardabweichungen durch helle Bereiche repräsentiert werden. Bei der Beurteilung des Bildes sollte der untere und der linke Teil des Bildes nicht beachtet werden. Dort treten bedingt durch numerische Artefakte starke Unregelmäßigkeiten auf. Im übrigen Teil des Bildes ist die, aufgrund der oben genannten Eigenschaften, erwartete Struktur zu erkennen. In dieser hyperbelförmigen Struktur können, durch paarweise Variation von σ und R_0, fast identische Standardabweichungen berechnet werden.

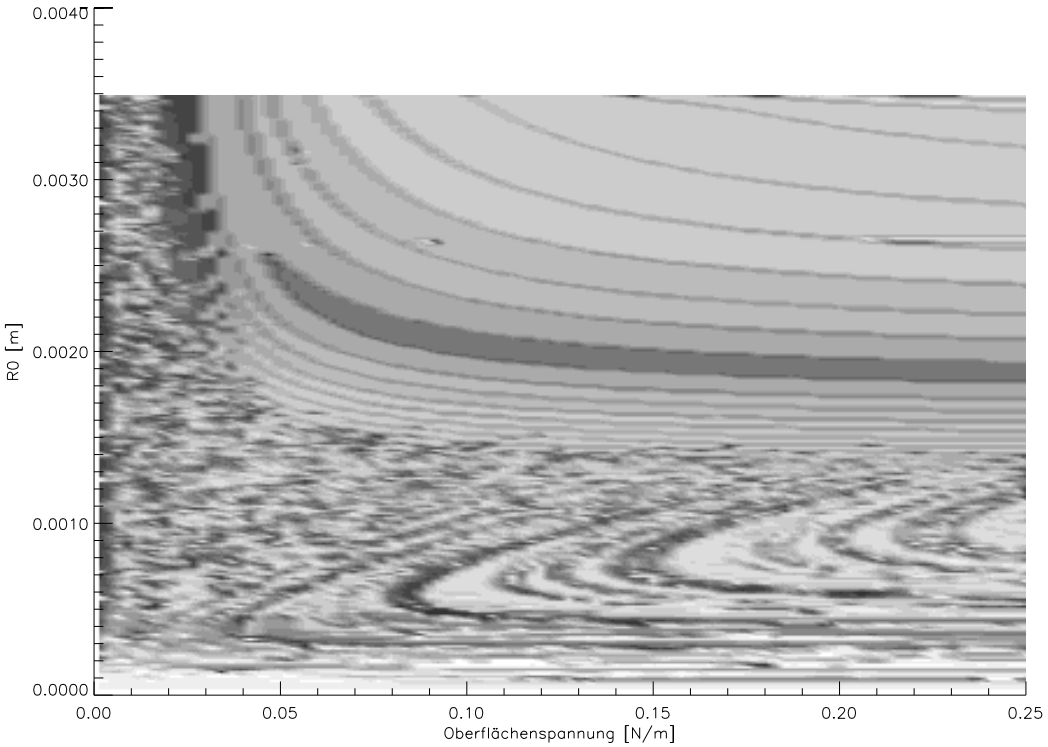


Abbildung 3.7: Grauwertkarte der Standardabweichung der DGL bei einer Variation der Parameter σ und R_0

Im Rahmen einer zweiten Rechnung wurde kontrolliert, ob diese Struktur tatsächlich in einem größeren Bereich vorliegt. Da diese Annahme, wie in Abbildung 3.8 zu sehen ist, zutrifft, kann davon ausgegangen werden, dass diese Struktur für alle Lösungen der DGL existiert. Dies wurde mit Hilfe eines zweiten aufgenommenen und ausgewerteten Meniskus bestätigt.

Mit Hilfe der in Abbildung 3.7 berechneten Verläufe der Standardabweichungen, können nun noch weitere Eigenschaften gezeigt werden. Hierfür wird die obige Abbildung in ein dreidimensionales “Gebirge” umgewandelt, indem der Wert der Standardabweichung durch die Höhe angezeigt wird. Das Ergebnis ist in Abbildung 3.9 zu sehen. Die beiden Abbildungen unterscheiden sich daher nur in Bezug auf den Betrachtungswinkel, aus dem das “Gebirge” beobachtet wird.

Diese Darstellung wird noch zweimal aus unterschiedlichen Betrachtungswinkeln gezeigt. Zum einen als Ansicht direkt von vorne (Abbildung 3.10) und zum zweiten direkt von der rechten Seite (Abbildung 3.11). Dabei wird die Größenachse (Standardabweichung) nicht mehr linear aufgetragen, sondern logarithmisch. Diese beiden Abbildungen sollen im weiteren dazu dienen, die Anpassung der freien Parameter im dimensionsbehafteteten Koordinatensystem zu erläutern. Die

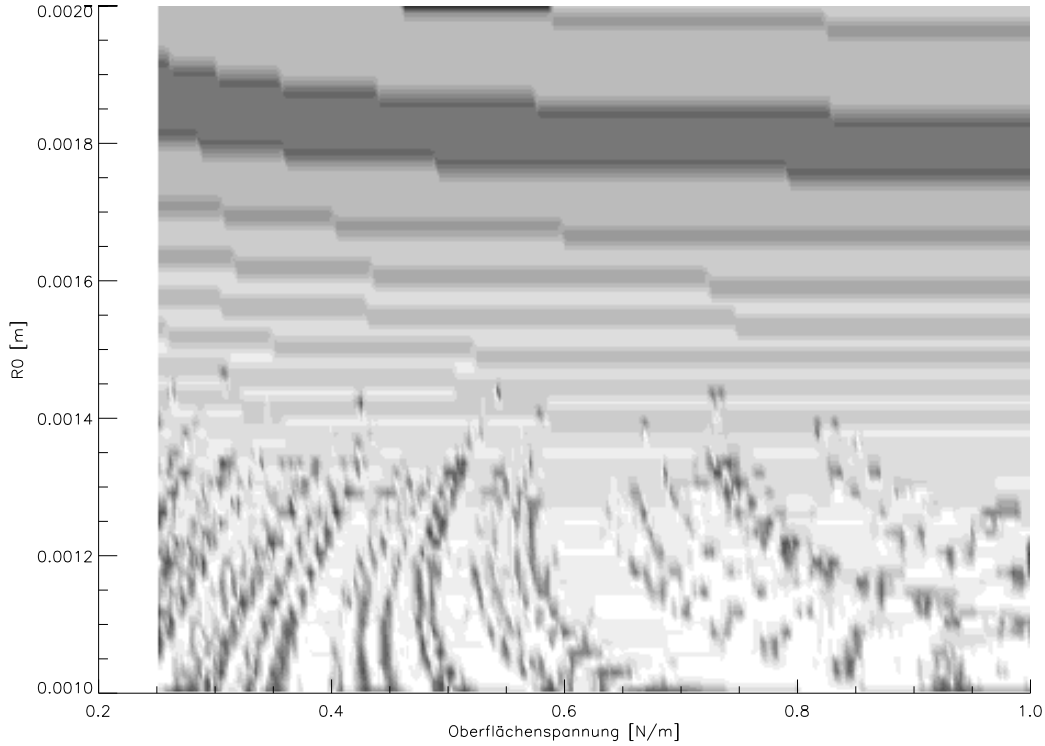


Abbildung 3.8: Anschlussbereich der Grauwertkarte

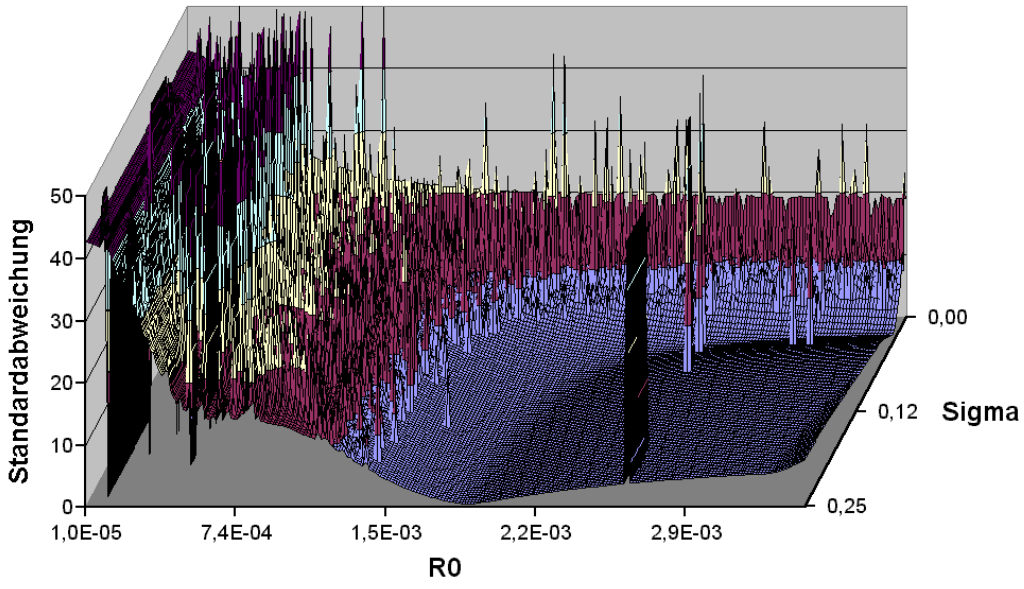


Abbildung 3.9: Dreidimensionale Darstellung der Standardabweichung der Lösung der DGL bei Variation der Parameter σ und R_0

lokalen Spitzen in der Darstellung sind auf numerische Artefakte zurückzuführen, die jedoch die Analyse der relevanten Eigenschaften nicht einschränken.

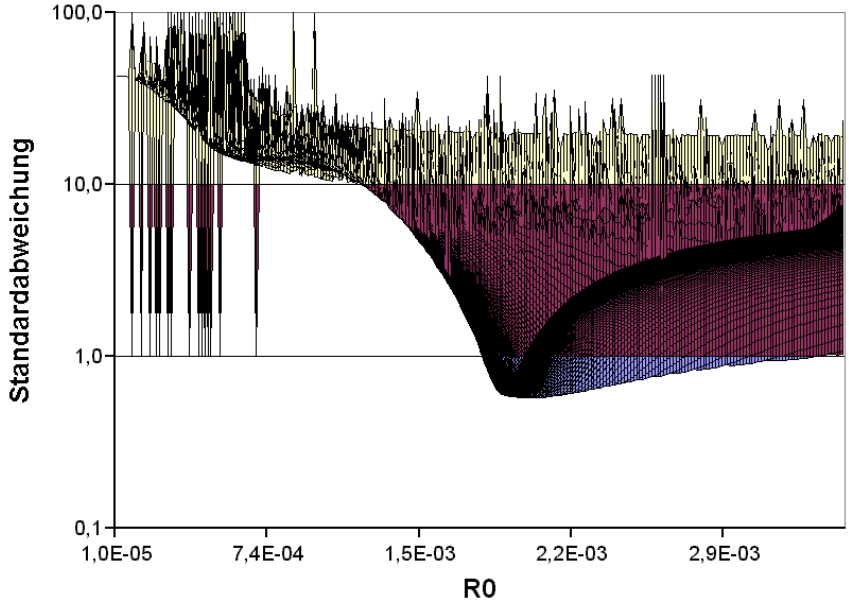


Abbildung 3.10: Ansicht der Abbildung 3.9 von vorne
(Ebene Standardabweichung – R_0)

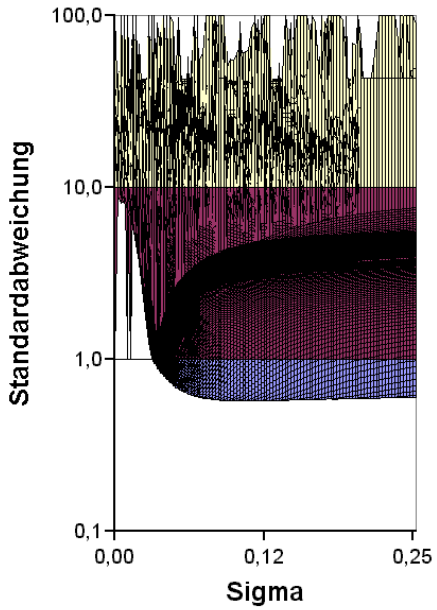


Abbildung 3.11: Ansicht der Abbildung 3.9 von rechts
(Ebene Standardabweichung – σ)

An dieser Stelle sei noch einmal darauf hingewiesen, dass das globale Minimum der Standardabweichung gesucht wird. Denn nur die zu dieser Standardabweichung führende Parameterkombination beschreibt die Winkelpunkte auf der Phasengrenze optimal.

In der logarithmisch skalierten (!) Abbildung 3.10 ist ein schwach ausgeprägtes Minimum zu sehen. Diese Eigenschaft impliziert, dass die Funktion zur Anpassung der Parameter keine Probleme hat, den optimalen Wert für R_0 zu finden, bei dem die standardabweichung ein globales Minimum besitzt. Trotzdem ist die Wahl eines guten Startwertes für R_0 zu empfehlen, da dann die Gefahr gering ist, dass Fehler des Algorithmus außerhalb des "glatten" Bereichs bemerkbar werden. Aus diesem Grund wird innerhalb des Programms dem Benutzer vor dem Start der Berechnung ein Startwert vorgeschlagen. Als Startwert für den Parameter R_0 bei der Berechnung der DGL wird der konstante Krümmungsradius des durch die Winkelpunkte gelegten Kreises verwendet. Er kann vom Benutzer aber auch interaktiv verändert werden. Jedoch gilt in den ausgewerteten Bildern zwischen dem Kreisradius R_K und R_0 im allgemeinen der Zusammenhang $R_0 = 1,0 \ldots 1,5\ R_K$.

Anders ist die Parameteranpassung bezüglich der Oberflächenspannung zu bewerten. Hier ist kein eindeutiges Minimum der Standardabweichung (siehe Abbildung 3.11) zu erkennen. Dies ist durch den im Gegensatz zu R_0 geringeren Einfluss von σ bezüglich des Formparameters B zu erklären. Aus diesem Grund ist die Funktion der Programmiersprache zur Anpassung der Parameter nicht in der Lage, diesen Parameter selber zu optimieren. Auch andere Funktionen zur Parameteroptimierung aus der Literatur [PRE89] konnten aufgrund des sehr schwachen ausgeprägten Minimums kein Ergebnis erzielen. Daher muss er vom Benutzer selbständig angepasst werden. Hierfür steht im Programm folgendes Hilfsmittel zur Verfügung: Der Benutzer wird beim Start der DGL-Berechnung dazu aufgefordert, nicht nur einen Startwert für den Krümmungsradius R_0 einzugeben (s.o.), sondern auch einen Start- und Endwert für σ, innerhalb derer die Standardabweichungen für unterschiedliche Oberflächenspannungen berechnet werden. D.h. der Benutzer gibt einen Bereich für die Oberflächenspannung vor und das Programm führt anschließend die Parameteranpassung für X_0, Y_0 und R_0 aus. Der Anwender erhält daher einen Funktionsverlauf wie er in Abbildung 3.11 durch die unterste Kurvenfläche zu sehen ist. Anhand der ersten Kontrollmessungen und Bildauswertungen konnte dabei festgestellt werden, dass das Minimum – wie in diesem Fall – nur bei Vorgabe von schlechten und daher physikalisch nicht möglichen Winkelpunkten extrem breit ausfällt. Kann die Kontur der Flüssigkeitsoberfläche jedoch unter optimalen Bedingungen ausgewählt werden, so ist ein eindeutigeres Minimum zu sehen.Wenn der

Benutzer dieses globale Minimum erreicht hat, dann erhält er als Berechnungsergebnis nicht nur den Benetzungswinkel der Flüssigkeit an der Wand, sondern auch zusätzlich die Oberflächenspannung.

Als nächstes soll der direkte Einfluss des Formparameters auf die Lösung der DGL im dimensionslosen Koordinatensystem betrachtet werden. Hierzu sind in der Abbildung 3.12 die Funktionsverläufe der DGL für unterschiedliche Formparameter zu sehen. Dabei ist aus Symmetriegründen nur der rechte Teil des Meniskus abgebildet. Es ist zu erkennen, dass z.B. der Funktionsverlauf für $B = 0,30$ nur im Bereich von $X = 0,0$ bis $X = 0,55$ phsikalisch sinnvoll ist. Ab einer signifikanten Stelle beschreibt die DGL keinen akzeptablen Funktionsverlauf mehr. Es ist jedoch eindeutig zu beobachten, dass sich die signifikante Stelle für einen zunehmenden Formparameter der Stelle $X = 1,0$ annähert, jedoch nie überschreitet. Dies konnte mit Hilfe von Formparametern gezeigt werden, die in der Größenordnung von 10000 waren. Der physikalisch sinvolle Wertebereich von B liegt jedoch für die im Experiment verwendeten Stoffe nur zwischen $0,06$ und $12,8$.

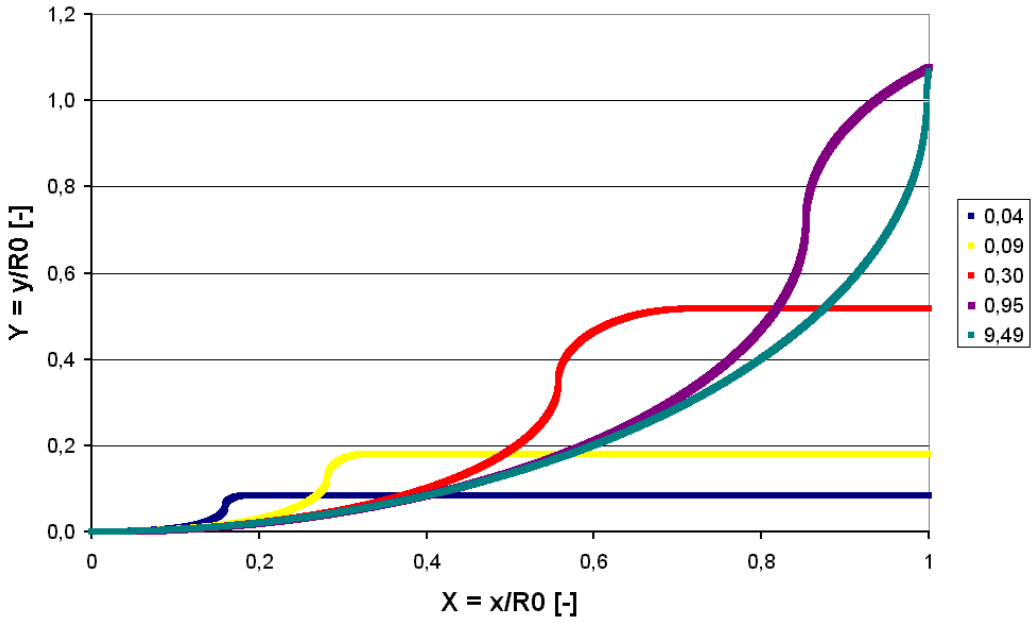


Abbildung 3.12: Funktionsverlauf der Lösung der DGL in dimensionslosen Koordinaten für verschiedene Formparameter (lineare Auftragung)

Eine weitere Eigenschaft wird durch eine doppeltlogarithmische Skalierung der Abbildung 3.12 sichtbar. Sie ist in Abbildung 3.13 dargestellt. Man erkennt, dass alle dimensionslosen Funktionsverläufe im Bereich von $0,0$ bis mindestens $0,1$ die Steigung zwei besitzen. In diesem Intervall können alle Funktionsverläufe durch eine Polynomfunktion der Art $Y = aX^2$ dargestellt werden. Für Funktionsverläufe, die

durch einen größeren Formparameter beschrieben werden, kann der Gültigkeitsbereich dieser Approximation sogar bis $X = 0,9$ ausgedehnt werden. Außerdem gilt: Je größer die Ordnung des Polynoms ist, desto größer ist der Gültigkeitsbereich dieser Approximationsfunktion und desto besser ist die Berechnung des Benetzungswinkels. Diesen Zusammenhang bestätigten auch die durchgeführten Approximationen durch Polynome [RIO98]. Bestätigt wird dieses Ergebnis auch, wenn ein Vergleich zur technischen Mechanik durchgeführt wird. Dort wird die Biegelinie eines Balken durch folgende DGL berechnet [HOL90]:

$$\frac{M}{EI} = \frac{w''}{(1 + w'^2)^{\frac{3}{2}}} \tag{3.5}$$

Der Unterschied zum hier vorliegenden Fall (Gleichung (3.17)) ist, dass auf der linken Seite der DGL nicht noch zusätzlich die "Absenkung" w berücksichtigt wird. Eine Ähnlichkeit der Differentialgleichungen ist aber trotzdem erkennbar. In der technischen Mechanik wird bei der weiteren Berechnung der DGL die Annahme $w'^2 \ll 1$ durchgeführt. Aus diesem Grund wird dort mit der DGL $\frac{M}{EI} = w''$ weitergerechnet. Als Lösungen für die Biegelinien ergeben sich Polynome 2., 3. oder 4.Ordnung.

Ähnliche Vereinfachungen können bei der Beschreibung der DGL (3.17) eventuell ebenfalls zum Erfolg führen. Denn aus Abbildung 3.13 ist zu vermuten, dass das Ende des Gültigkeitsbereichs einer Approximationsfunktion in Bezug zur Lage der signifikanten Stelle der DGL konstant bleibt. Wenn außerdem die Lage der signifikanten Stelle bekannt ist, ist folgendes Vorgehen möglich: Ausgehend von einer bekannten Oberflächenspannung und dem Krümmungsradius des Kreises ist ein Wert für den Formparameter B abzuschätzen. Danach wird die Lage der signifikanten Stelle berechnet. Anhand dieser Werte kann anschließend eine Aussage getroffen werden, welche Ordnung mindestens für ein Polynom anzusetzen ist, damit diese Approximationsfunktion eine gute Näherung für den Benetzungswinkel liefert. Diese Theorie soll an dieser Stelle jedoch nicht näher betrachtet werden. Hierfür sind weitere Arbeiten notwendig. Einen weiteren Hinweis auf diese Theorie wird noch Abbildung 3.14 geben. In dieser Grafik ist die Lage der signifikanten Stelle in Abhängigkeit vom Formparameter eingezeichnet (blaue Punkte). Gleichzeitig ist eine Funktion der Form $X = -(a_1 + B)^{-a_2} + 1$ eingezeichnet, die den Verlauf sehr gut approximiert.

Im folgenden wird der Einfluss von drei Konstanten auf die Bestimmung der Oberflächenspannung erläutert. Diese sind einerseits die Dichten der Flüssigkeit und des Dampfes, sowie der Skalierungsfaktor der Kameraoptik. Der Einfluss der beiden

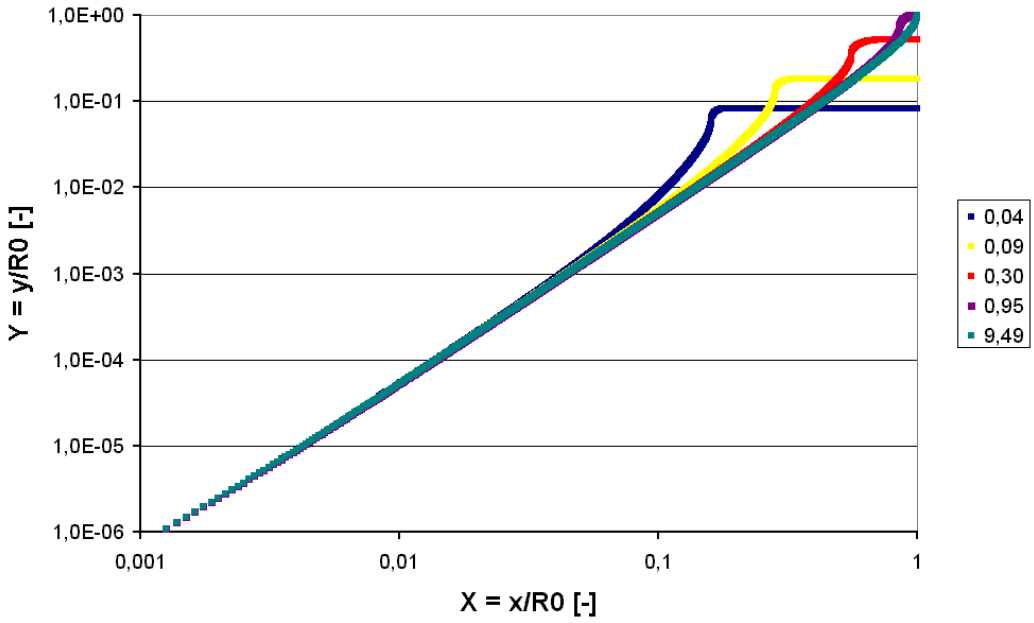


Abbildung 3.13: Funktionsverlauf der Lösung der DGL in dimensionslosen Koordinaten für verschiedene Formparameter (logarithmische Auftragung)

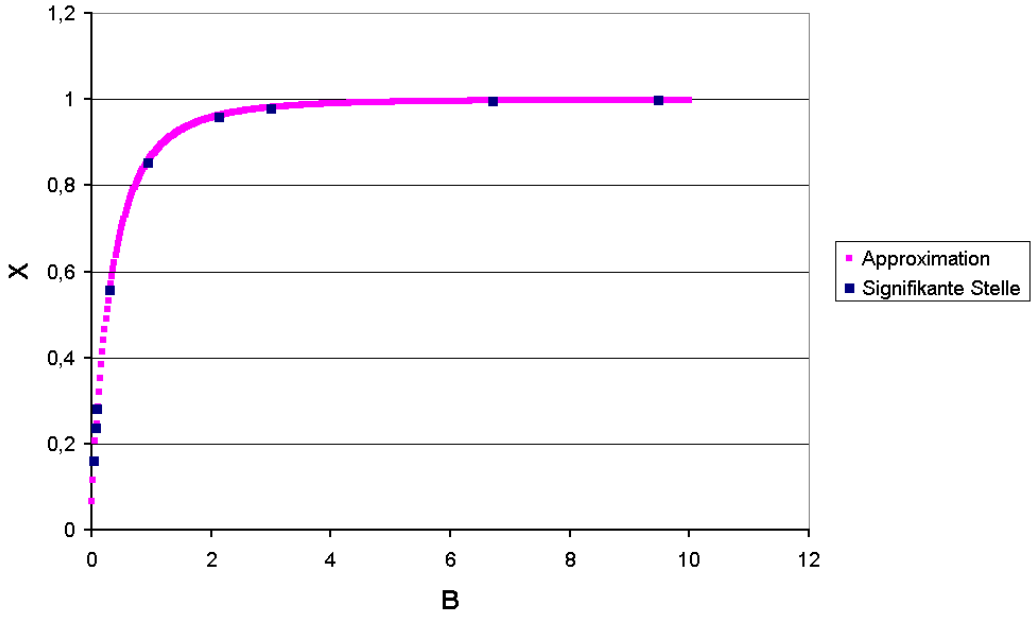


Abbildung 3.14: Dimensionslose $X-$Koordinate der signifikanten Stelle in Abhängigkeit von dem Formparameter B

Dichten kann in einem Faktor zusammengefasst werden, weil in die Berechnung der DGL nur der Dichteunterschied $\rho_l - \rho_v$ eingeht. Das bedeutet unter der Annahme $\rho_v \ll \rho_l$, dass ein relativer Fehler bei der Eingabe der Dichte des Dampfes einen viel kleineren Einfluss hat als der gleiche relative Fehler bei der Eingabe der Dichte der Flüssigkeit. Außerdem kann bei einer bekannten Fehlergröße mit Hilfe des Formparameters $B = \frac{1}{(\rho_l - \rho_v)g}\frac{\sigma}{R_0^2}$ der Fehler in der Oberflächenspannung direkt berechnet werden.

Ähnlich verhält es sich mit dem Skalierungsfaktor der Kameraoptik. Er gibt die Größe eines Pixels im Einheitensystem [m] an. Infolgedessen ist der freie Parameter R_0 direkt durch den Skalierungsfaktor beeinflusst. Ein Fehler im Skalierungsfaktor geht aufgrund des quadratischen Einflusses im Formparameter quadratisch in die Oberflächenspannung $\left(\sigma = \frac{BR_0^2}{(\rho_l - \rho_v)g}\right)$ ein. Dieser Zusammenhang ist in Abbildung 3.15 grafisch dargestellt. Der Skalierungsfaktor sollte daher im Experiment möglichst genau bestimmt werden.

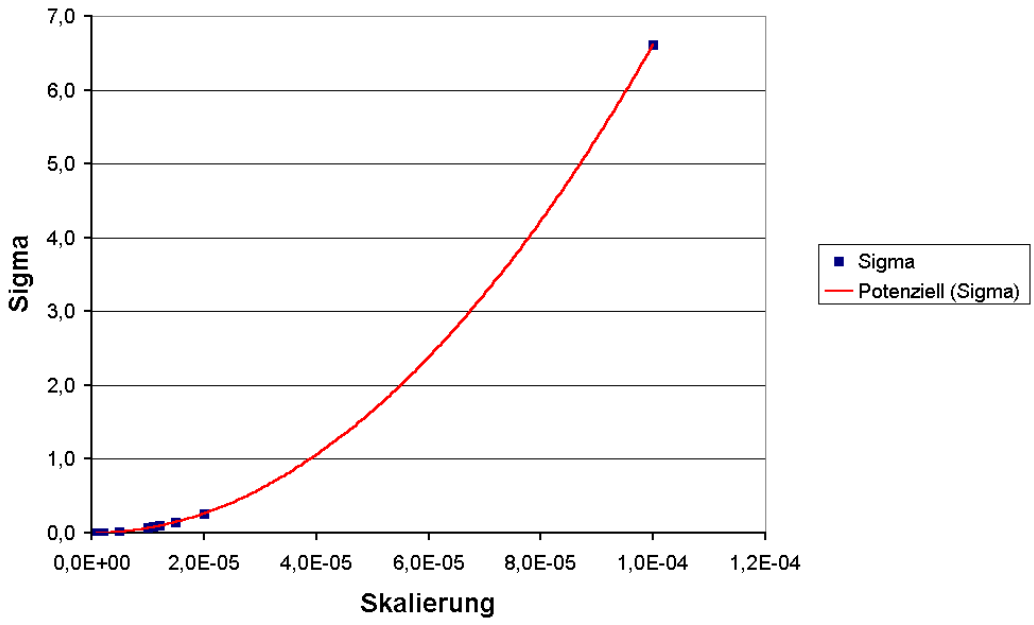


Abbildung 3.15: Einfluss des Skalierungsfaktors auf die Oberflächenspannung

Kapitel 4

Programmverifikation

Nachdem in den vorangegangenen Kapiteln die verschiedenen Gleichungen und ihre Eigenschaften sehr ausführlich vorgestellt worden sind, muss zunächst die Implementierung der Gleichungen innerhalb des entwickelten Programms **XM**eniscus**S**hape**A**nalysis (XMSA) getestet werden. Hierzu werden zunächst Bilder verwendet, die mit einem Oberflächenanalysegerät der Firma Krüss© [KRÜ01] erzeugt wurden. Dieses Gerät beinhaltet eine Auswertesoftware zur Kontaktwinkelbestimmung an Tropfen. Damit konnten die Kontaktwinkel mit einer sehr hohen Genauigkeit bestimmt werden. Dieselben Bilder wurden dann mit der im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Software analysiert, um die Ergebnisse zu vergleichen. Anschließend erfolgt der erste Einsatz des Programms mit den im Spalt erstellten Bildern.

4.1 Kontrollmessungen an Tropfenbildern

Zur Verifikation des implementierten Programms werden zwei Bilder von Tropfen verwendet. Dabei ist zu beachten, dass zumindest Teile der neuen Software eigentlich nicht für Tropfenformen geeignet ist. Für einen ersten Test und für die Verifikation der berechneten Kontaktwinkel können diese Bilder trotzdem sehr gut verwendet werden.

Die auf der Wand liegenden Tropfen werden im Experiment mit der im Spalt identischen Stoffpaarung aus einer Wasser–Stahl und Wasser–Stahlfolie–Kombination gebildet. Dabei sei vorweg genommen, dass diese Tropfen einen großen Kontaktwinkel bilden. Dieser große Kontaktwinkel der Tropfen kann wegen der sehr geringen Anfälligkeit in Bezug auf die vertikale Lage der horizontalen Wand sehr genau

ausgewertet werden. Dies ist möglich, weil eine große Änderung der vertikalen Lage der Wand nur eine kleine Änderung bei der Bestimmung des Kontaktwinkels verursacht. Für kleine Tropfenkontaktwinkel ist es jedoch für die Software sehr schwer, den genauen Kontaktwinkel zu errechnen, da dann bereits eine kleine Änderung der Lage der Wand eine große Änderung beim Kontaktwinkel verursacht. Dieser Zusammenhang ist in Abbildung 4.1 verdeutlicht. Die mit Hilfe der komerziellen Software bestimmten Kontaktwinkel können daher als Referenzwert angenommen werden.

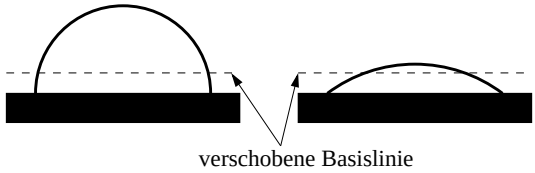


Abbildung 4.1: Einfluss der Verschiebung der Basislinie auf den Kontaktwinkel an einem liegenden Tropfen

Zuerst wird der Tropfen mit der Wasser–Stahl–Werkstoffpaarung analysiert. Die Messwerte der Kontaktwinkel sind in der Tabelle 4.1 zusammengestellt. Dabei sind die Abkürzungen wie folgt gewählt worden:

DGL **D**ifferential**gl**eichung. Berechnung nach der Young–Laplace–Gleichung. Bei dieser Berechnung wird eine vollständige Symmetrie des Tropfens vorrausgesetzt. Daher wird nur ein Winkel berechnet. Zuverlässige Werte für die Oberflächenspannung sind laut Benutzerhandbuch nur zu erhalten, wenn der Kontaktwinkel deutlich über 30° liegt. Gleichzeitig wird zur Berechnung der Differentialgleichung bereits die Dichte des Dampfes vollständig vernachlässigt.

KG **K**egelschnitt**g**leichung. Dem Benutzerhandbuch ist jedoch nicht zu entnehmen, welche Terme der allgemeinen Kegelschnittgleichung (3.61) berücksichtigt werden.

F **F**unktion. Sie ist eine beliebig definierte Funktion und wurde aufgrund zahlreicher theoretischer Simulationen implementiert. Ihre Funktionsgleichung besitzt die Form

$$y(x) = a_1 + a_2 x + a_3 \sqrt{x} + \frac{a_4}{\ln x} + \frac{a_5}{x^2}$$

H/B **H**öhe / **B**reite. Berechnung des Kontaktwinkels aus dem Höhen und Breitenverhältnis. Die Gleichung lautet

$$\theta \leq 90° \quad \theta = \quad 2 \arctan\left(\frac{H}{B}\right)$$
$$\theta \geq 90° \quad \theta = \quad 2\pi - \arccos\left(\frac{H}{B} - 1\right)$$

Das Ergebnis ist wie bei der DGL nur ein Kontaktwinkel.

Auch bei der Auswertung nach Tabelle 4.1 ist bereits zu sehen, dass der Benutzer auch für große Kontaktwinkel mit einer Abweichung von bis zu $1°$ zu rechnen hat. Als Referenzwert wird im weiteren der mit Hilfe der DGL ermittelte Winkel von $77,76°$ angenommen. Er stellt den Winkel "aus der Sicht" des Tropfens dar.

Damit diese Tropfenbilder aber als Test des implementierten Programms verwendet werden können, müssen sie um die vertikale Achse gespiegelt werden. Dies ist notwendig, weil im implementierten Programm nur die Gleichungen vorliegen, die zur Beschreibung der "unteren" Funktionshälfte benötigt werden. Dabei bilden die beiden äußersten Punkte des Tropfens die Basislinie. Das entsprechende Bild stellt daher einen kleinen Benetzungswinkel innerhalb des Spaltes dar. Der Benetzungswinkel "aus der Sicht" des Spalts beträgt daher $13,24°$.

	DGL	KG	F	H/B
θ_l	$77,76°$	$77,2°$	$78,5°$	$74,17°$
θ_r	–	$77,2°$	$78,5°$	–
$\sigma[mN/m]$	$68,22$	–	–	–

Tabelle 4.1: Kontaktwinkel des ersten Tropfens ermittelt mit der Software der Firma Krüss©

Die Auswertung des Tropfenbildes als "Spalt" wird als nächstes untersucht. Dabei wird zunächst, wie im Krüss©-Programm, die gesamte Meniskusoberfläche mit Winkelpunkten belegt. Um eine hohe Genauigkeit zu erreichen, werden 281 Punkte vorgegeben. Die weitere Untersuchung besteht in der Analyse der berechneten Kontaktwinkel sowie der einzelnen Funktionsverläufe. Insbesondere werden weitere Berechnungen vorgestellt, bei denen die "Robustheit" der Auswertung untersucht wird. Dafür wird sowohl die Anzahl der ausgewählten Winkelpunkte reduziert, als auch nur bestimmte Bereiche des Meniskus vorgegeben. Letzteres ist notwendig, damit bei der späteren Auswertung von Bildern auch qualitativ schlechte Bilder (z.B. Kondensationstropfen, die die Sicht an der Phasengrenze teilweise verschlechtern) verwendet werden können. Als Ergebnisse werden alle berechneten Winkel,

sowie die Standardabweichungen zur Beurteilung der Güte einer Approximation angegeben. Im weiteren sollen dabei die wichtigsten Ergebnisse erläutert werden. Aus diesem Grund werden nicht immer alle Ergebnisse explizit erwähnt. Sie werden aus Gründen der Vollständigkeit trotzdem aufgelistet.

In Tabelle 4.2 sind die Ergebnisse für die möglichst exakte Bestimmung des Kontaktwinkels mit dem implementierten Programm zu sehen. Dabei sind **K**reis, **E**llipse, **H**yperbel, **P**arabel **2**.Ordnung, **P**arabel **4**.Ordnung, **P**arbel **6**.Ordnung, die **D**ifferential**gl**eichung und die **U**mkehr**p**arabel **4**.Ordnung durch ihre Abkürzungen beschrieben. Als Vorgabewert wurde der gesamte Meniskus ausgewählt. Anhand der Tabelle ist zu sehen, dass nur die DGL und die Ellipse in der Lage sind, den Refrenzwert von $13,24°$ richtig zu berechnen. Die Standardabweichungen dieser beiden Funktionen sind gleich groß und sind im Vergleich zu den restlichen deutlich niedriger. Die DGL beschreibt trotz der etwas schlechteren Standardabweichungen den Kontaktwinkel noch besser als die Ellipse. Die berechnete Oberflächenspannung ist im Vergleich zu der des Tropfens mit $68,22\frac{mN}{m}$ im akzeptablen Bereich. Es ist dabei zu berücksichtigen, dass die Young–Laplace–Gleichung des Tropfens die Krümmung senkrecht zur Bildebene mitbeachtet und daher eine etwas andere DGL darstellt.

	K	E	H	P2	P4	P6	DGL
θ_l	$18,26°$	$14,29°$	$39,30°$	$36,95°$	$25,57°$	$20,82°$	$13,94°$
θ_r	$18,55°$	$14,31°$	$39,53°$	$37,21°$	$25,95°$	$21,26°$	$13,96°$
$s[Pixel]$	$0,9991$	$0,2811$	$7,1822$	$6,3641$	$1,8411$	$0,7179$	$0,2848$
$\sigma[mN/m]$	–	–	–	–	–	–	$96,90$

Tabelle 4.2: Kontaktwinkel des ersten Tropfen ermittelt mit XMSA für einen vollständig ausgewählten Meniskus mit $N = 281$

Der Funktionsverlauf der DGL ist in Abbildung 4.2 zu sehen. Dort ist im oberen Bildbereich die Wand zu erkennen. Darunter befindet sich die dunkel dargestellte Flüssigkeit in Form eines Tropfens. Der eingezeichnete Funktionsverlauf beschreibt den Verlauf der Tropfenoberfläche sehr gut. Dabei ist zu beachten, dass in allen weiteren Bildern die Farben zu den einzelnen Funktionen wie folgt zugeordnet werden können:

rot	Basislinie
dunkelblau	Kreis
hellblau	Ellipse
blau	Hyperbel
gelb	Parabel 2.Ordnung
hellgrün	Parabel 4.Ordnung
dunkelgrün	Parabel 6.Ordnung
pink	Differentialgleichung
rot	Umkehrparabel 4.Ordnung

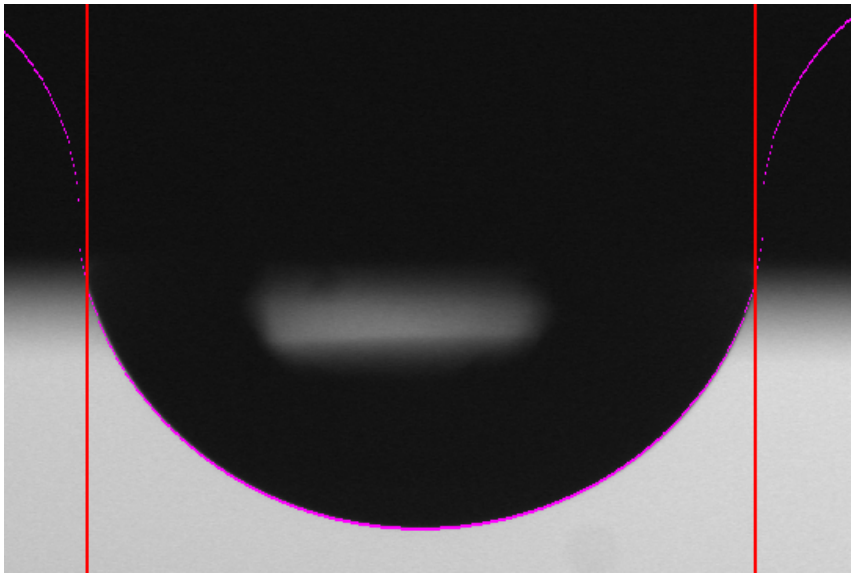


Abbildung 4.2: Funktionsverlauf der DGL für einen vollständig ausgewählten Meniskus mit $N = 281$

Der Funktionsverlauf der Ellipse ähnelt dem eines flachgedrückten Kreises. D.h. die horizontale Halbachse ist größer als die vertikale Halbachse. Daher nimmt der Krümmungsradius zur Wand hin ab. Dies ist in Abbildung 4.3 zu erkennen. Gleichzeitig sind der konstante Krümmungsradius des Kreises und der Verlauf von R aus der DGL als Referenz eingezeichnet. Im Vergleich zueinander ist erkennenbar, dass der Verlauf der Ellipse zum Rand hin weniger stark abfällt als bei der DGL.

Die beiden anderen Kegelschnittgleichungen, der Kreis und die Hyperbel, approximieren den eigentlichen Funktionsverlauf $y(x)$ deutlich schlechter. Während der Kreis in der Nähe von dem “wahren” Verlauf der Phasengranze liegt, ist die Hyperbel nicht in der Lage einen vollständigen Meniskus zu beschreiben. Der Verlauf

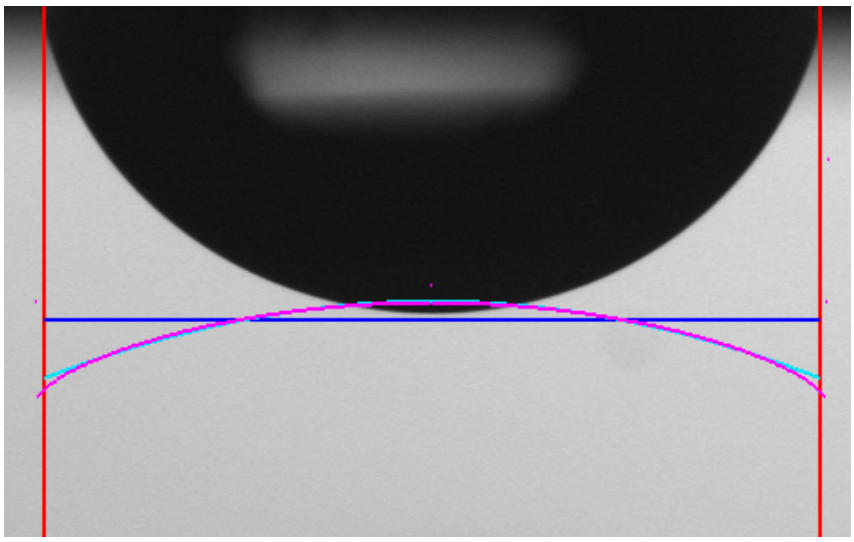


Abbildung 4.3: Funktionsverlauf des Krümmungsradius für einen Kreis, DGL und einer Ellipse für einen vollständig ausgewählten Meniskus mit $N = 281$

dieser ungenauen Approximation ist in Abbildung 4.4 zu sehen. Analog dazu verhält es sich mit dem Verlauf des Krümmungsradius der Hyperbel. Er besitzt, wie bereits in Kapitel 3.2 beschrieben wurde, in der Spaltmitte ein Minimum und der Krümmungsradius nimmt zur Wand hin zu.

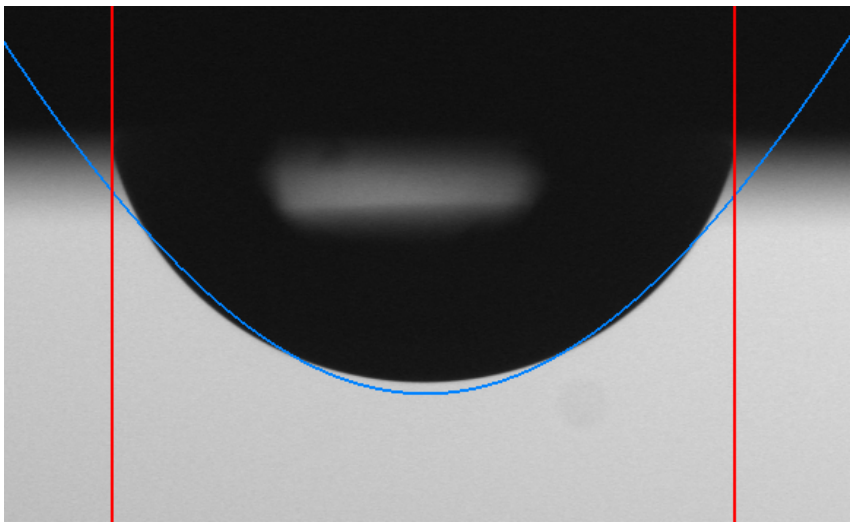


Abbildung 4.4: Funktionsverlauf der Hyperbel für einen vollständig ausgewählten Meniskus mit $N = 281$

Bei den Polynomfunktionen ist in Abbildung 4.5 ebenfalls der erwartete Effekt zu erkennen. D.h. die Funktionen nähern sich mit höherer Polynomordnung dem wahren Verlauf weiter an. Obwohl die Standardabweichung der Parabel 6.Ordnung bereits kleiner als die des Kreises ist, besitzt die Parabel für den Kontaktwinkel eine sehr große Abweichung von $7,5°$. Für kleinere Kontaktwinkel ist jedoch zu

erwarten, dass die Bestimmung des Winkels mit höherer Ordnung besser wird (vgl. Kapitel 3.2).

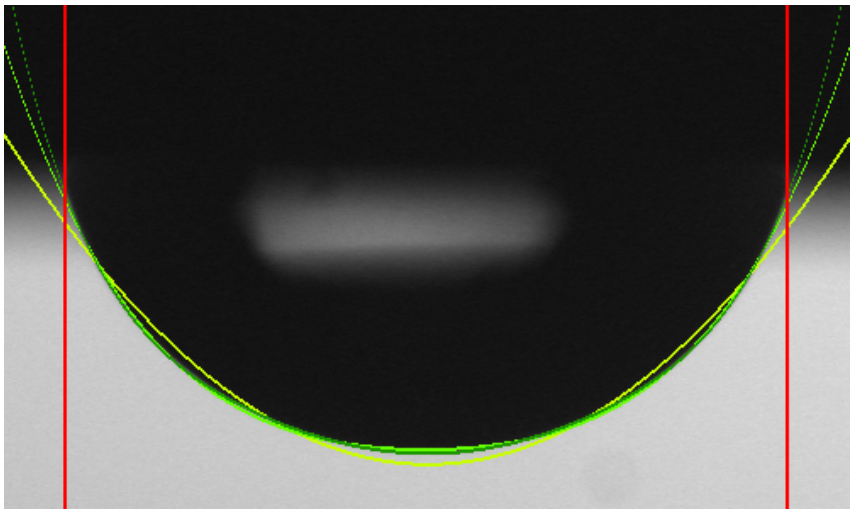


Abbildung 4.5: Funktionsverläufe der Parabeln 2., 4. und 6.Ordnung für einen vollständig ausgewählten Meniskus mit $N = 281$

Für den nächsten Schritt des Programmtests wurden die Anzahl der Winkelpunkte verringert, die jedoch ebenfalls über den gesamten Meniskus verteilt sind. Dabei sind für den Fall mit 42 Winkelpunkten weder bei den berechneten Kontaktwinkeln noch bei den Standardabweichungen Veränderungen zu erkennen. Eine Ausnahme bilden jedoch die DGL und die Ellipse. Deren Standardabweichungen nehmen um einen halben Pixel zu. Ebenfalls steigt die Oberflächenspannung aus der DGL auf $110,59 mN/m$ an. Erkennbar ist die Tendenz zu größeren Werten für die Kontaktwinkel. Diese Tendenz ist durch ein eventuell anderes manuelles Auswählen von Winkelpunkten erklärbar. D.h., ob der Anwender die Phasengrenze auf dem Bild wirklich eindeutig erkennt oder sie nur vermutet und den entsprechenden Winkelpunkte möglicherweise einen Pixel neben dem wahren Punkt auf der Phasengrenze setzt. Die qualitativen Funktionsverläufe zeigen jedoch im Vergleich zu dem vollständig ausgewählten Meniskus mit 281 Winkelpunkten keinen Unterschied.

	K	E	H	P2	P4	P6	DGL
θ_l	$19,12°$	$15,51°$	$38,90°$	$37,76°$	$26,66°$	$22,17°$	$14,71°$
θ_r	$18,50°$	$14,66°$	$38,80°$	$37,65°$	$26,19°$	$21,58°$	$14,71°$
$s[Pixel]$	$1,0511$	$0,7252$	$6,3010$	$5,9144$	$1,6644$	$0,8843$	$0,7239$
$\sigma[mN/m]$	–	–	–	–	–	–	$110,59$

Tabelle 4.3: Kontaktwinkel des ersten Tropfen ermittelt mit XMSA für eine reduzierte Anzahl von Winkelpunkten für den ganzen Meniskus mit $N = 42$

Nachdem mit der letzten Tabelle gezeigt wurde, dass die Kontaktwinkelbestimmung auch für eine geringe Anzahl von Winkelpunkten gut funktioniert, wird die Anzahl weiter reduziert. Diese Untersuchung ist erforderlich, um den Aufwand bei der späteren Auswertung von zahlreichen Bildern so gering wie möglich zu halten. Ebenfalls ist für die späteren Auswertungen zu vermuten, dass Teile des Meniskusverlaufs nicht zu sehen sein werden. Dabei werden im folgenden drei Varianten unterschieden.

1. Vorgabe von 22 Winkelpunkten in der Mitte des Spaltes. Dabei werden die Funktionen daraufhin untersucht, ob sie in der Lage sind, den Kontaktwinkel in einem entfernten Bereich zu bestimmen, d.h. ob eine Extrapolation der Meniskusform bis zur Wand möglich ist.

2. Auswahl von 20 Winkelpunkten. Diese Winkelpunkte werden dabei so gesetzt, dass 10 Punkte das linke Viertel und 10 Punkte das rechte Viertel des Meniskus beschreiben.

3. Auswahl von 10 Winkelpunkten im rechten Viertel des Meniskus. Dadurch soll überprüft werden, wie zuverlässig die Bestimmung des Kontaktwinkels bei einer Teilauswahl des Meniskus mit einer sehr kleinen Anzahl von Vorgabewerten ist.

Die entsprechenden Ergebnisse sind in den Tabellen 4.4, 4.5 und 4.6 aufgelistet.

	K	E	H	P2	P4	P6	DGL
θ_l	$22,47°$	$22,46°$	$49,03°$	$44,68°$	$32,89°$	$13,55°$	$17,04°$
θ_r	$22,88°$	$22,87°$	$49,12°$	$44,80°$	$34,62°$	$12,00°$	$17,04°$
s	$0,3828$	$0,3828$	$0,7706$	$0,6300$	$0,3538$	$0,2646$	$0,3652$
$\sigma[mN/m]$	–	–	–	–	–	–	$45,68$

Tabelle 4.4: Kontaktwinkel des ersten Tropfen ermittelt mit XMSA für eine reduzierte Anzahl von Winkelpunkten in der Mitte des Spaltes mit $N = 22$

Zunächst werden die Ergebnisse aus Tabelle 4.4 näher betrachtet. Es ist erkennbar, dass mit Ausnahme der Parabel 6.Ordnung und der DGL keine Funktion eine gute Approximation zur Bestimmung des Kontaktwinkels bietet. Bei genauerer Betrachtung der Funktionsverläufe ist jedoch ersichtlich, dass selbst diese Funktionen nicht die erwartet gute Approximation darstellen. Hierzu werden die Abbildungen 4.6 und 4.7 betrachtet. Dabei ist bei den Polynomen der bekannte Effekt zu sehen. Sie passen sich immer mehr dem wahren Verlauf an, sind jedoch nicht in der Lage, eine Approximnation des Kontaktwinkels über einen nicht mit Winkelpunkten

vorgegebenen Bereich hinweg durchzuführen. Anders ist dies bei dem Kreis, der Ellipse und der DGL. Sie beschreiben den Verlauf der Phasengrenze im Bereich ohne Winkelpunkte gut.

Dabei ist zu beachten, dass die in der Tabelle anschaulich recht gute Approximation aus der DGL nicht akzeptiert werden kann, weil sich die signifikante Stelle (siehe Kapitel 3.2) des Funktionsverlaufs innerhalb des Spaltes befindet. Anhand von einigen weiteren Rechungen konnte gezeigt werden, dass dieser Effekt auch bei einer deutlich höheren Anzahl von Winkelpunkten in der Spaltmitte existiert. Die DGL scheidet daher ebenfalls aus, den Winkel an der Wand durch Extrapolation aus der Spaltmitte zu bestimmen.

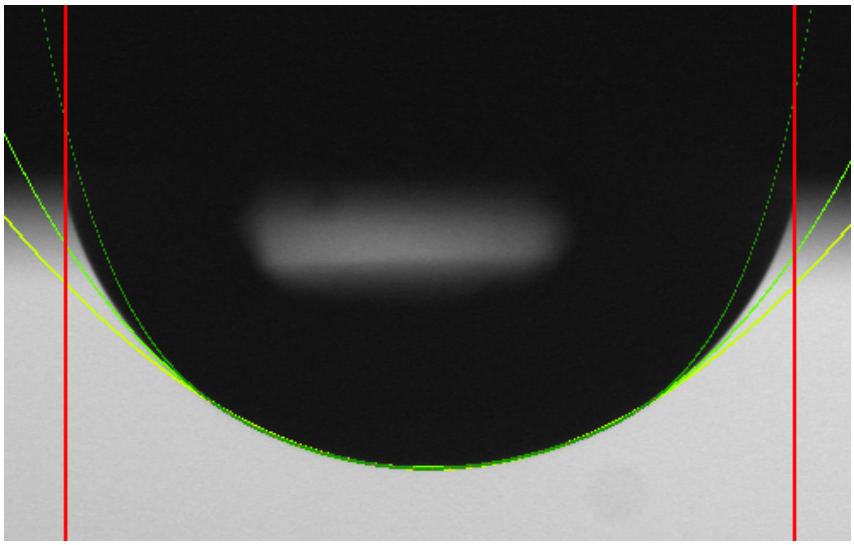


Abbildung 4.6: Funktionsverläufe der Parabeln 2., 4. und 6.Ordnung für eine reduzierte Anzahl von Winkelpunkten in der Spaltmitte $N = 22$

	K	E	H	P2	P4	P6	DGL
θ_l	$17,84°$	$15,57°$	$33,31°$	$31,12°$	$22,69°$	$19,60°$	$15,82°$
θ_r	$17,09°$	$14,61°$	$33,25°$	$30,99°$	$22,36°$	$18,66°$	$13,82°$
s	$1,0301$	$0,9547$	$3,9590$	$3,3946$	$1,2518$	$1,0220$	$0,9523$
$\sigma[mN/m]$	–	–	–	–	–	–	$117,15$

Tabelle 4.5: Kontaktwinkel des ersten Tropfen ermittelt mit XMSA für eine reduzierte Anzahl von Winkelpunkten im linken und rechten Viertel des Meniskus mit $N = 20$

Als nächstes wird die Tabelle 4.5 näher betrachtet. Die Ergebnisse sind erwartungsgemäß ähnlich zum Fall einer vollständigen Auswahl des Meniskus (vgl. Tabelle 4.3). D.h. sowohl die Ellipse als auch die DGL besitzen nur eine geringe Abweichung im Vergleich zum Referenzwert von $13,24°$. Ebenso ist das Ergebnis für die

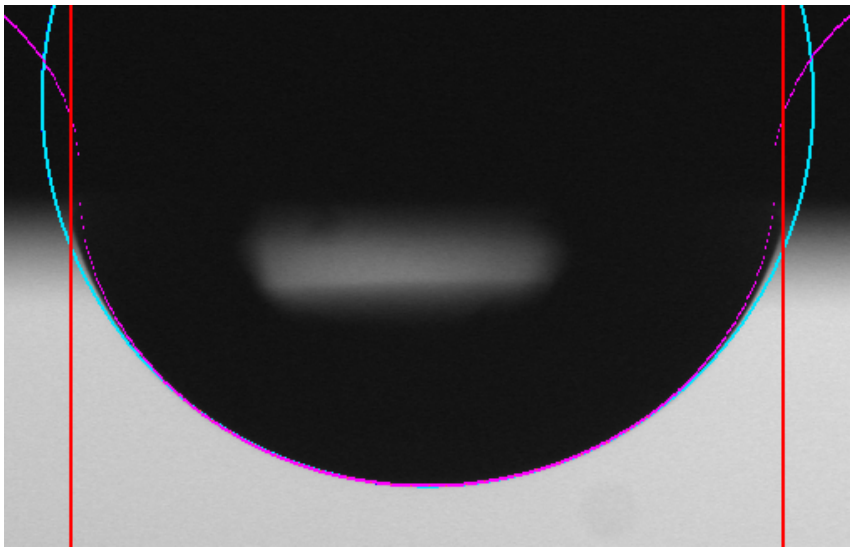


Abbildung 4.7: Funktionsverläufe von Kreis, Ellipse und DGL für eine reduzierte Anzahl von Winkelpunkten in der Spaltmitte $N = 22$

Polynome unverändert. Anhand der Funktionsverläufe ist jedoch erkennbar, dass die Güte der Approximation für den Verlauf der Phasengrenze im Bereich der Wände zunimmt. So ist bei Betrachtung der Krümmungsradien in Abbildung 4.8 zu sehen, dass der Krümmungradius zu den Wänden hin mit zunehmender Ordnung des Polynoms kleiner wird.

	K	E	H	P2	P4	P6	DGL
θ_r	$15,09°$	$15,10°$	$25,02°$	$23,79°$	$18,26°$	n. K.	$14,48°$
s	$0,4291$	$0,4291$	$1,2336$	$1,0262$	$0,4499$	n. K.	$0,4310$
$\sigma[mN/m]$	–	–	–	–	–	–	$999,82$

Tabelle 4.6: Kontaktwinkel des ersten Tropfen ermittelt mit XMSA für eine reduzierte Anzahl von Winkelpunkten im rechten Viertel des Meniskus mit $N = 10$ (n.K. = nicht Konvergent)

Im eben betrachteten Fall wurden sowohl das linke Viertel, als auch das rechte Viertel bei der Kontaktwinkelbestimmung berücksichtigt. Als nächstes werden mit der Tabelle 4.6 die Approximationen bezüglich derselben Winkelpunkte untersucht. Hier ist aber nur der Satz von Winkelpunkten für das rechte Viertel des Meniskus ausgewählt. Bei den Resultaten ist zu sehen, dass die Anpassung der freien Parameter bei der Parabel 6.Ordnung nicht konvergiert. Dies ist nicht nur auf die geringe Anzahl von Winkelpunkten zurückzuführen. Denn auch bei Auswahl einer größeren Anzahl von Punkten konvergierte der Algorithmus nicht. Erst bei einer erheblich größeren Anzahl erzielte die Funktion zur Parameteranpassung eine konsistente Näherung. Für diesen Fall war jedoch zu beobachten, dass der Funktionsverlauf

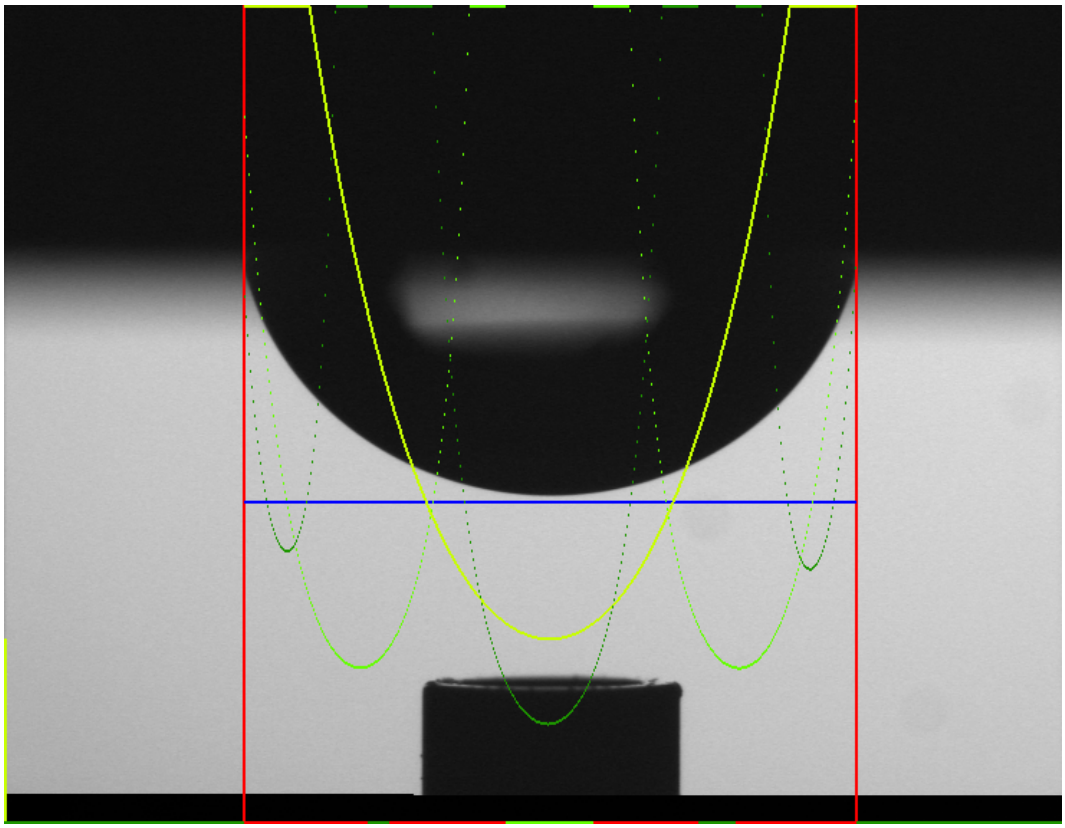


Abbildung 4.8: Funktionsverlauf der Krümmungsradien der Parabeln 2., 4. und 6.Ordnung für eine reduzierte Anzahl von Winkelpunkten im linken und rechten Viertel des Meniskus $N = 20$

mangels Winkelpunkte in der Nähe der Basislinie “abschmiert”. D.h. der Verlauf der Phasengrenze wird im Bereich der vorgegebenen Winkelpunkte noch sehr gut approximiert; wird jedoch der Funktionsverlauf außerhalb dieses Bereichs betrachtet, so stellt der Funktionsverlauf eine sehr schlechte Näherung der Phasengrenze dar. Ein ähnlicher Effekt war bei der Umkehrparbel 4.Ordnung zu beobachten. Der Funktionsverlauf der Umkehrparabel war in der Nähe der Wand, hatte aber keinen Schnittpunkt mit ihr (siehe Abbildung 4.9). Infolgedessen müssen bei der Bestimmung des Kontaktwinkels mit der Hilfe der Umkehrparabel die Winkelpunkte bis direkt an die Wand anwählbar sein. Trotz dieser Eigenschaft beschreibt die Parabel sowohl den wahren Funktionsverlauf als auch den Verlauf des Krümmungsradius sehr gut.

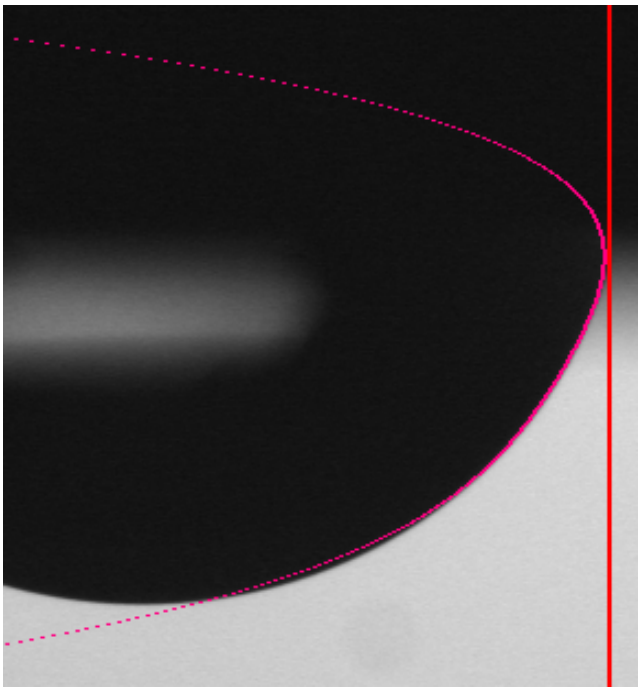


Abbildung 4.9: Funktionsverlauf der Umkehrparabel 4.Ordnung für eine reduzierte Anzahl von Winkelpunkten im rechten Viertel des Meniskus mit $N = 10$

Zusätzlich soll noch eine weitere Eigenschaft näher betrachtet werden. Dies ist die deutliche Verbesserung der Kontaktwinkelbestimmung der Hyperbel. Wird der entsprechende Funktionsverlauf in Abbildung 4.10 betrachtet, so ist zu vermuten, dass diese Funktion für größere Kontaktwinkel und bei Auswahl von Winkelpunkten in der Nähe der Basislinie brauchbare Ergebnisse liefert. Gleichzeitig sind in diesem Bild die Ellipse und der Kreis zu sehen. Ihr Funktionsverlauf ist mit dem Funktionsverlauf der DGL fast identisch. D.h. der Randbereich eines Meniskus kann, wie auch die Ergebnisse zeigen, sehr gut durch eine dieser drei Funktionen approximiert werden.

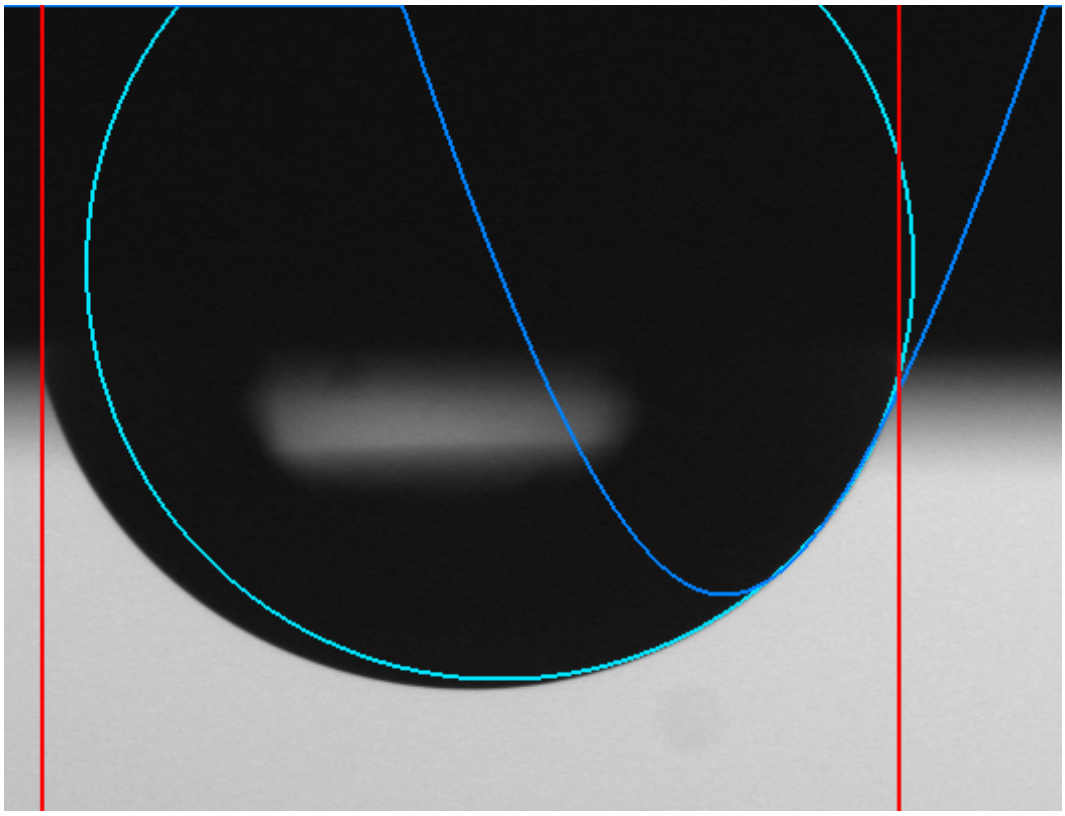


Abbildung 4.10: Funktionsverlauf der Hyperbel für eine reduzierte Anzahl von Winkelpunkten im rechten Viertel des Meniskus mit $N = 10$

Als nächstes wird der zweite Tropfen behandelt. Er wird, wie bereits zu Beginn dieses Unterkapitels erwähnt wurde, aus der Stoffpaarung Wasser–Stahlfolie gebildet. Da bei diesem Tropfen die Funktionsverläufe, Krümmungsradien, etc. ähnlich zum ersten Tropfen sind, werden hier nur die exakten Ergebnisse aus dem komerziellen Programm der Firma Krüss° den Ergebnissen aus dem neu implementierten Programm gegenübergestellt. Zunächst sind in Tabelle 4.7 die Resultate aus dem kommerziellen Programm zu sehen. In Tabelle 4.8 folgen die berechneten Kontaktwinkel aus dem im Rahmen dieser Arbeit entstandenen Programm.

	DGL	KG	F	H/B
θ_l	$84,31°$	$83,1°$	$85,5°$	$74,96°$
θ_r	–	$83,1°$	$82,6°$	–
$\sigma[mN/m]$	$60,58$	–	–	–

Tabelle 4.7: Exakter Kontaktwinkel des zweiten Tropfens ermittelt mit der Software der Firma Krüss©

	K	E	H	P2	P4	P6	DGL
θ_l	$20,03°$	$9,99°$	$38,48°$	$37,49°$	$24,79°$	$19,30°$	$10,72°$
θ_r	$20,61°$	$10,92°$	$38,71°$	$37,74°$	$24,99°$	$19,66°$	$10,72°$
s	$3,6689$	$0,2859$	$11,2686$	$10,7993$	$3,8470$	$1,7618$	$0,3903$
$\sigma[mN/m]$	–	–	–	–	–	–	$88,4$

Tabelle 4.8: Kontaktwinkel des zweiten Tropfen ermittelt mit XMSA für eine reduzierte Anzahl von Winkelpunkten im rechten Viertel des Meniskus mit $N = 439$

Aus Tabelle 4.7 lässt sich der Referenzwert des Winkels zu $5,69°$ bestimmen. Dieser Winkel stellt im Vergleich zum ersten Tropfen eine noch größere Anforderung an das implementierte Programm. Wenn daher bei diesem kleinen Benetzungswinkel keine großen Abweichungen auftreten, dann ist die Einsatzfähigkeit des Programms für die im Betrieb größtenteils deutlich größeren Benetzungswinkel nachgewiesen.

Die DGL, F und die Kegelschnittgleichung liegen bei der Bestimmung des Referenzwertes dicht beisammen. Nur die Bestimmung aus dem Höhen und Breitenverhältnis hat eine größere Abweichung. Wird diese Funktion nicht berücksichtigt, ergibt sich eine maximale Streuung von $2,4°$. Vergleicht man diese Werte mit den Werten aus Tabelle 4.8 so lassen sich nur die Aussagen zum ersten Tropfen wiederholen.

Zusammenfassend gilt daher, dass sich insgesamt nur drei Funktionen dazu eignen, einen Kontaktwinkel zu bestimmen. Dies sind der Kreis, die Ellipse und die DGL.

Dabei ist bei der Anwendung eines Kreises mit einem größeren Fehler zu rechnen als bei der Ellipsenapproximation. Die besten Ergebnisse im Vergleich zu allen anderen implementierten Funktionen erzielt aber dennoch die Differentialgleichung. Ihr Nachteil ist jedoch der enorme Rechenaufwand. Daher scheint die Ellipse, für spätere Auswertungen von einer großen Anzahl von Bildern, ein guter Kompromiss zu sein. Diese Aspekte treffen jedoch im Moment nur auf die ausgewerteten Tropfenbilder zu. Die an den Tropfenbildern gewonnenen Erkenntnisse werden daher im nächsten Unterkapitel bei der Anwendung des Programms XMSA bei einem Spaltbild überprüft und erweitert.

4.2 Bildauswertung von Spaltbildern

Ziel dieses Kapitels ist es, die eben beschriebenen Tendenzen anhand von realen Spaltbildern zu überprüfen. Daher werden in Analogie zum Tropfen das Verhalten der Funktionsverläufe, der Krümmungsradien, der Standardabweichungen und die Einsatzfähigkeit der Funktionen für eine Extrapolation untersucht. Als Ergebnis erhält man die Funktionen, die bei späteren Bildauswertungen verwendet werden können.

Hierfür wurden mehrere Bilder ausgewertet. Eines dieser Bildern wurde ausgewählt, um hier eingehender untersucht zu werden. Das Bild ist in Abbildung 4.11 zu sehen. Da in diesem Fall keine Vergleichs-, bzw. Referenzwerte vorliegen, werden nur drei Fälle untersucht. Zuerst werden nur links oder rechts die Winkelpunkte in der Nähe der Wand gesetzt. Diese Winkelpunkte sind in dem gezeigten Bild als rote Punkte eingezeichnet. Es ist zu beachten, dass auf der linken Seite mit Absicht ein bestimmter Abstand zur Wand gelassen wurde. Es ist in späteren Bildern möglich, dass bestimmte Bereiche in der direkten Nähe einer Wand nicht anwählbar sind. Diese Situation wird hier nachgestellt. Aber auch in dem hier gezeigten Bild wäre man nicht in der Lage die Winkelpunkte sehr gut vorzugeben.

In den Tabellen 4.9 und 4.10 sind die berechneten Benetzungswinkel bei ausschließlicher Anwahl von Winkelpunkten in der Nähe einer Wand aufgeführt.

Die Standardabweichungen der Hyperbel, der Parabel 2. und 4.Ordnung sind sehr klein (Tabelle 4.9). Bei Betrachtung der genauen Funktionsverläufe der Parabeln zeigt sich jedoch, dass sie die Oberfläche überhaupt nicht approximieren. Dies wird auch in dem Kontaktwinkel deutlich, der von der Parabel 4.Ordung berechnet wird. Demgegenüber stehen der Kreis, die Ellipse und die DGL. Diese Ergebnisse liegen sehr eng zusammen. Die entsprechenden Funktionsverläufe im Bereich der

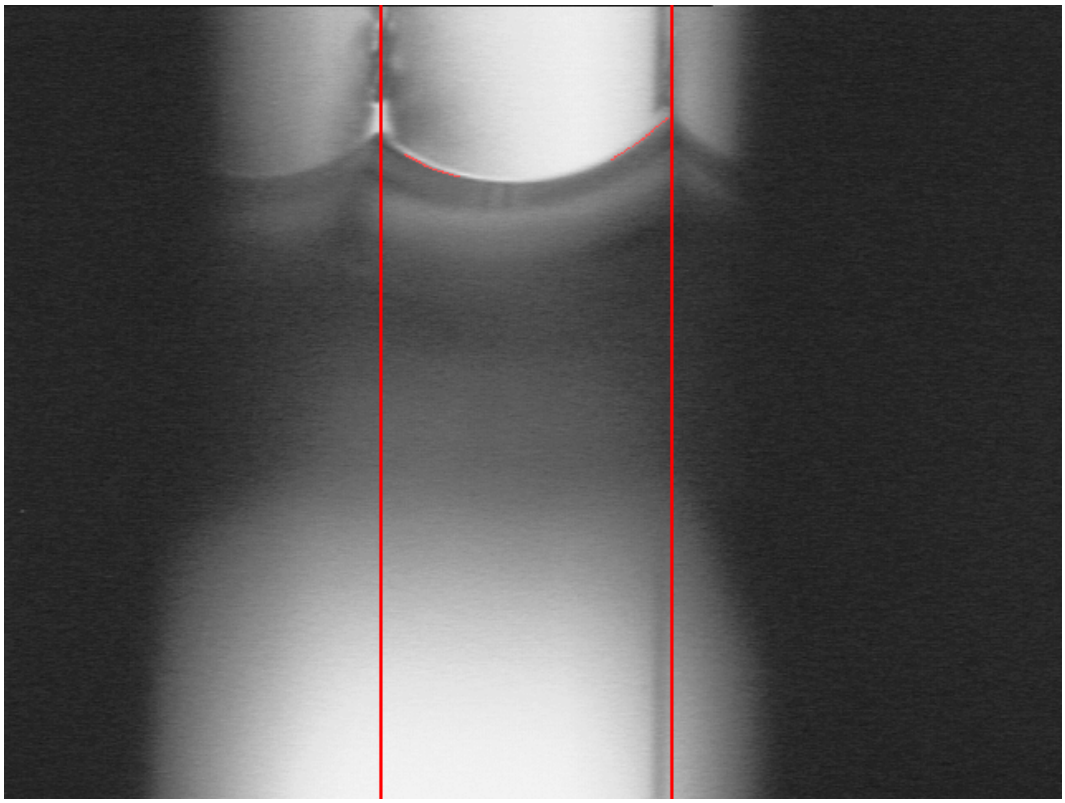


Abbildung 4.11: Ausgewertetes Spaltbild

Basislinie sind der Abbildung 4.12 zu entnehmen. Dabei ist zu erkennen, dass die Funktionsverläufe von Kreis und DGL fast identisch sind, während die Ellipse eine geringe Abweichung besitzt. Dennoch können diese drei Kontaktwinkel im Bereich von $46,3°$ und $47,4°$ akzeptiert werden.

	K	E	H	P2	P4	P6	DGL
θ_l	$46,31°$	$47,37°$	$54,56°$	$50,48°$	$150,38°$	n. K.	$46,38°$
s	$0,1438$	$0,1415$	$0,1208$	$0,1334$	$0,0653$	n. K.	$0,1438$
$\sigma[N/m]$	–	–	–	–	–	–	999

Tabelle 4.9: Kontaktwinkel des Spaltbildes bei ausschließlicher Anwahl von Winkelpunkten im Bereich der linken Wand $N = 123$

	K	E	H	P2	P4	P6	DGL
θ_r	$45,73°$	$45,70°$	$46,91°$	$46,22°$	$50,22°$	n. K.	$45,67°$
s	$0,2009$	$0,2002$	$0,1814$	$0,1921$	$0,1566$	n. K.	$0,2009$
$\sigma[N/m]$	–	–	–	–	–	–	999

Tabelle 4.10: Kontaktwinkel des Spaltbildes bei ausschließlicher Anwahl von Winkelpunkten im Bereich der rechten Wand $N = 39$

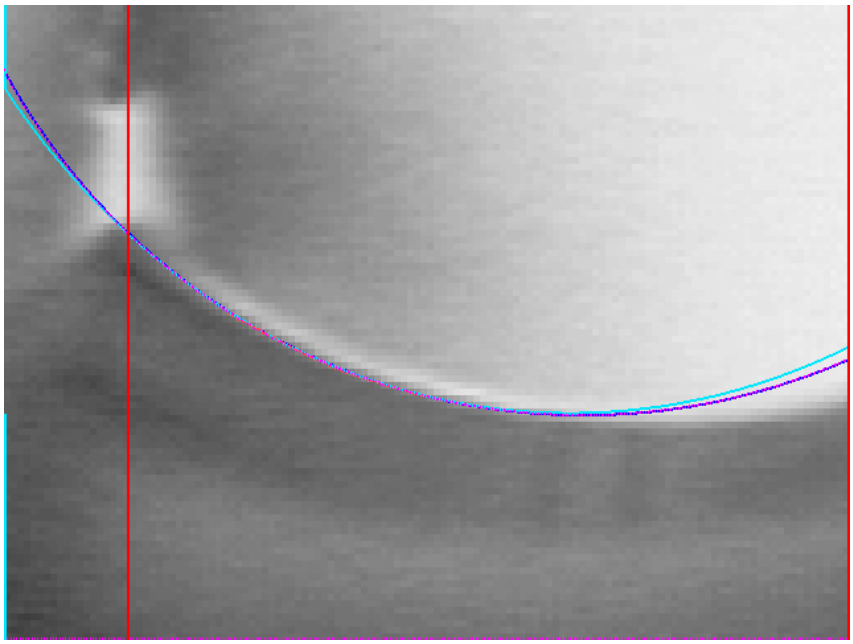


Abbildung 4.12: Funktionsverläufe von Kreis, Ellipse und DGL bei ausschließlicher Anwahl von Winkelpunkten im Bereich der linken Spaltwand

In Tabelle 4.10 sind die Benetzungswinkel von der rechten Seite zu sehen. Auch hier existiert zwischen Kreis, Ellipse und DGL eine sehr gute Übereinstimmung von $45,7°$. Zu beachten sind aber auch die Werte für die drei anderen Funktionen. Sie liefern anschaulich gute Ergebnisse. Werden die entsprechenden Funktionsverläufe in den Abbildungen 4.13 und 4.14 genauer analysiert, so wird deutlich, dass diese guten Lösungen stark von dem Bereich abhängen, in dem die Vorgabewerte auf dem Meniskus ausgewählt werden.

Als nächstes werden die eben berechneten Winkel mit den Kontaktwinkeln verglichen , die sich durch vollständiges Auswählen von Winkelpunkten entlang der Meniskusoberfläche ergeben. Die Ergebnisse sind in der Tabelle 4.11 dargestellt. Es ist im Vergleich zu den weiter vorne aufgeführten Winkeln ein deutlicher Unterschied zu erkennnen. Dies sind im einzelnen auf der rechten Seite eine Abweichung von ca. $3,6°$ und auf der linken Seite eine Differenz von ca. $4,5°$. Diese Abweichungen können bei dem hier betrachteten Winkel nicht akzeptiert werden. Es ist nämlich davon auszugehen, dass bei kleineren Kontaktwinkeln die Abweichungen größer werden.

Dieser Zusammenhang ist auch bei der Auswertung weiterer Bilder aufgetreten. Die Ursache liegt vermutlich darin, dass in keinem dieser Bilder ein symmetrischer Meniskus zu sehen war. In vielen Fällen war die Unsymmetrie deutlich stärker als in dem hier betrachteten Spaltbild. Daher ist bei solchen unsymmetrischen

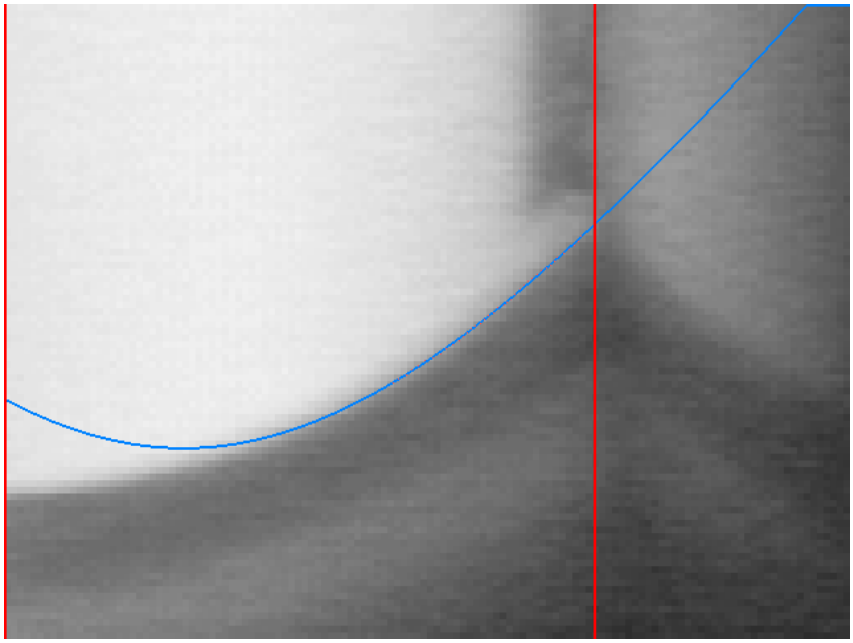


Abbildung 4.13: Funktionsverlauf der Hyperbel bei ausschließlicher Anwahl von Winkelpunkten im Bereich der rechten Spaltwand

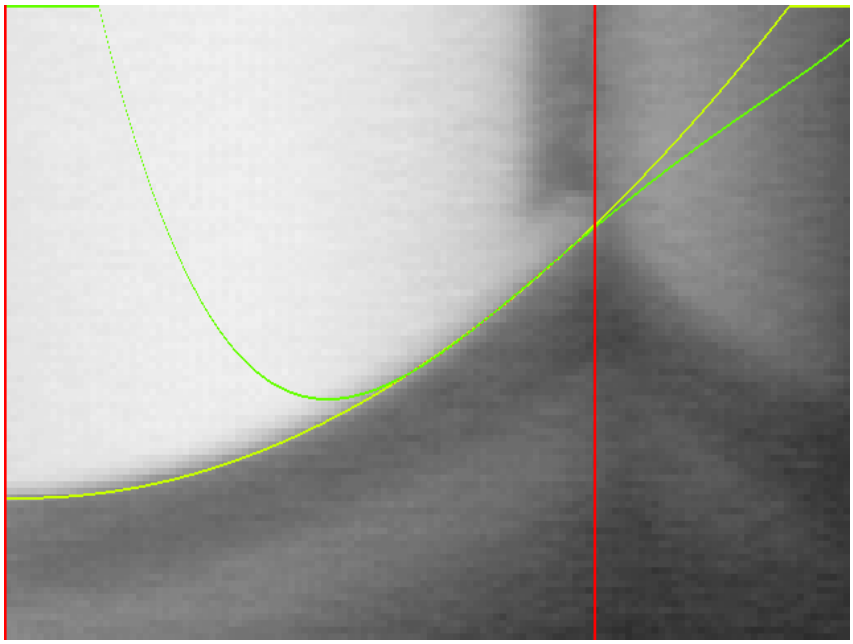


Abbildung 4.14: Funktionsverläufe der Parabeln 2. und 4.Ordnung bei ausschließlicher Anwahl von Winkelpunkten im Bereich der rechten Spaltwand

	K	E	H	P2	P4	P6	DGL
θ_l	$51,83°$	$52,11°$	$56,26°$	$55,27°$	$51,77°$	$45,32°$	$51,88°$
θ_r	$42,09°$	$42,84°$	$51,68°$	$49,82°$	$44,03°$	$45,03°$	$42,04°$
s	$0,1948$	$0,1911$	$0,5599$	$0,4436$	$0,1744$	$0,1528$	$0,1948$
$\sigma[N/m]$	–	–	–	–	–	–	9999

Tabelle 4.11: Kontaktwinkel des Spaltbildes bei vollständiger Anwahl der Winkelpunkte auf der Phasengrenze $N = 264$

Verläufen der Phasengrenze zu empfehlen, den rechten und linken Kontaktwinkel getrennt voneinander auszuwerten. Dies ist notwendig, weil keine der implementierten Funktionen des Programms XMSA die Eigenschaft besitzt einen unsymmetrischen Funktionsverlauf beschreiben zu können.

Im Vergleich zum vorangegangenen Kapitel konnte gezeigt werden, dass die bereits vermutete Annahme der guten Approximation des Kreises, der Ellipse und der DGL gerechtfertigt ist. Werden diese Funktionen nach der Güte der Approximation geordnet, so lautet die Reihenfolge

1. Differentialgleichung
2. Ellipse
3. Kreis

Unter Beachtung des enormen Rechenaufwands bei der DGL, ist die Ellipse bei einer großen Anzahl von auszuwertenden Bildern vorzuziehen. Dies ist jedoch nur unter bestimmten Einschränkungen möglich. Es sollte bei jedem Bild überprüft werden, ob die horizontale Halbachse der Ellipse größer als die vertikale Halbachse ist. D.h. der Verlauf des Krümmungsradius sollte zur Wand hin abnehmen. Wenn dies nicht zutrifft, ist die DGL oder der Kreis vorzuziehen. Weitere Aussagen bezüglich der genaueren Einsatzbereiche der einzelnen Funktionen können erst durch Auswertung weiterer Meniskusaufnahmen gewonnen werden.

Kapitel 5

Programmbeschreibung

Dieses Kapitel gibt einen Überblick über die Funktionsweise des implementierten Programms. Dies beinhaltet eine grobe Übersicht der Aufgaben der einzelnen Funktionen, jedoch nicht eine detailgenaue Beschreibung der einzelnen Variablen und die Funktion einzelner Programmzeilen.

Das Programm besitzt den Namen **XM**eniscus**S**hape**A**nalysis und wird im weiteren mit **XMSA** bezeichnet. Es ist in der Programmiersprache IDL© geschrieben. Diese Programmiersprache wurde entwickelt, um einfache Benutzeroberflächen zu erstellen. Diese Benutzeroberflächen können ähnlich wie in Microsoft Windows© aus Buttons, aufklappbaren Menüstrukturen, Auswahllisten oder aus interaktiven Bildschirmbereichen existieren, die auf eine Eingabe mit Hilfe des Mauszeigers warten. Weitere Ausführungen sowie eine exakte Beschreibung der Funktionsweise ist dem Benutzerhandbuch zu entnehmen. Im weiteren ist nur von Bedeutung, dass es bestimmte, zur freien Verfügung gestellte Elemente gibt, die bei einer entsprechenden Eingabe eine bestimmte Funktion ausführen. Als Beispiel ist ein “Okay”-Button zu nennen, der beim Anklicken eine fest definierte Funktion “XYZ” ausführt. Auf diese Weise wird die gesamte Funktionalität des Programms zur Verfügung gestellt. Der entsprechenden Vorgang, der eine weitere Funktion ausführt, wird in IDL© mit “Event” bezeichnet.

Bedienoberfläche

Die Hauptoberfläche des Programms wird durch die Hauptfunktion des Programms dargestellt. Sie heißt dem Programmnamen entsprechend **XMSA.** Sie wird bei Start des Programms aufgerufen. Ihre Aufgabe ist es, zunächst alle Variablen zu initialisieren und die Hauptoberfläche zu erzeugen. Damit die wichtigsten Daten und

Ergebnisse jeder aufgerufenen Funktion zur Verfügung stehen, werden diese Variablen in einer eigenen Struktur mit dem Namen **Info** abgelegt. Diese Struktur wird bei jedem Event der aufgerufenen Funktion übergeben. Die erzeugte Hauptoberfläche ist in Abbildung 5.1 dargestellt. Ganz oben sind die normalen Buttons zu sehen. Bei einem Mausklick auf eine Fläche wird eine die entsprechende Funktion aufgerufen. Darunter folgt eine Auswahlliste. In dieser Liste kann der Anwender eine Funktionalität auswählen, die dann bei einem Mausklick im rechts daneben befindlichen Bildbereich in diesem durchgeführt wird. Auffällig an der Hauptoberfläche sind ebenfalls die “exclusive-buttons”. Sie dienen dazu, bestimmten Variablen einen festvorgegebenen Wert zuzuweisen. Dieser Wert kann später bei Aufruf einer anderen Funktion eingelesen und verarbeitet werden.

Die zur Verfügung gestellten Funktionen der Oberfläche lassen sich in 6 Bereiche gliedern:

1. Erzeugung eines auszuwertenden Bildes. Dies kann zum Beispiel durch Laden eines Bitmap-Bildes (*.bmp) und nachträgliches Auswählen von Winkel- und Basispunkten erfolgen. Eine andere Möglichkeit ist, ein bereits ausgewertetes Bild mit einem passenden Datensatz, bestehend aus Winkel- und Basispunkten, direkt zu laden.

2. Veränderung der Bilddarstellung zur besseren Konturerkennung (Zoom, Kontrast, Helligkeit, Umwandlung in ein Graustufen- oder Schwarz-Weiß-Bild, etc.).

3. Ausführen der Berechnungen (Kreis, Ellipse, DGL, ...)

4. Anzeigen der Ergebnisse (Einzeichnen der Kegelschnittgleichungen, DGL und der Approximationsfunktionen in das sichtbare Bild)

5. Ausgabe der Ergebnisse in eine Datei

6. Beenden des Programms

Die Reihenfolge der in dieser Liste aufgeführten Punkte entspricht der Abfolge, bei der Benutzung des Programms. Alle Funktionalitäten sind für den Benutzer mit Hilfe mehrerer Buttons und somit durch Aufruf unterschiedlicher Funktionen erreichbar. Im folgenden werden die oben genannten Bereiche nacheinander mit den entsprechenden Funktionsaufrufen und benutzerorientierten Hinweisen erläutert. Hierzu werden jedoch erst die in der “**Info**”-Struktur enthaltenen Variablen näher beschrieben.

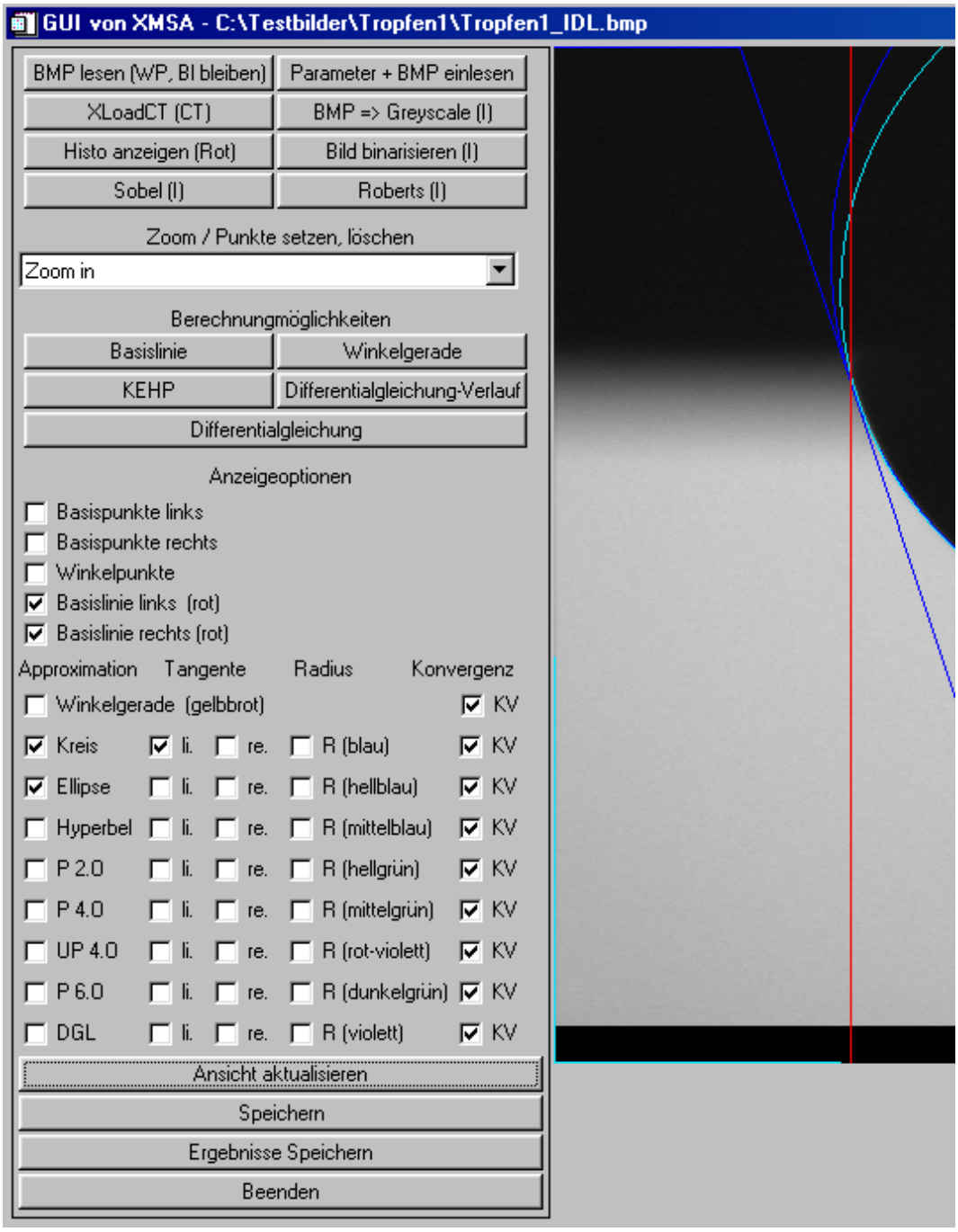


Abbildung 5.1: Programmoberfläche

Im folgenden werden die in dieser Struktur enthaltenen Variablen mit einer kurzen Beschreibung aufgelistet.

Image: Integer, Array – Es enthält das Originalbild in der unveränderten Darstellung. Das Originalbild wird dabei als RGB-Farbbild behandelt. Die Größe der ersten Dimension ist daher drei.

ROI: Integer, Array – Dieses Array ist die "Region of interest". Sie enthält den vergrößerten Ausschnitt des Originalbildes.

ROI_mit_Graphik: Integer, Array –Es besitzt fast dieselben Daten wie die **ROI**. Jedoch sind einige Felder verändert worden. Diese veränderten Felder enthalten den Verlauf von eingezeichneten Funktionen.

magnification: Integer, Variable – Enthält den Vergrößerungsfaktor des gezoomten Bildausschnitts.

ABS_LcornerX, ABS_LcornerY, ABS_RcornerX, ABS_RcornerY: Double, Variable – Enthält die $x-$Koordinate der linken unteren und der rechten oberen Ecke des gezoomten Bildauschnitts.

Auswahl: String, Variable – In ihr wird immer die aktuelle Einstellung der Auswahlliste gespeichert. Mit Hilfe dieses Wertes wird bei einem späteren Mausklick innerhalb des Bildes die passende Funktion aufgerufen.

Parameter: Double, Arrays – Der Name "Parameter" steht an dieser Stelle nur für die zahlreichen freien Parameter in den implementierten Gleichungen. Für jede implementierte Funktion, mit Ausnahme der DGL, existiert ein solches Array. Bei der DGL werden die Parameter in den Variablen **R0_DGL** und **Sigma_DGL** abgelegt.

Schnittpunkt: Double, Variable – Für jede Gleichung existieren zwei dieser Variablen. Eine enthält die $x-$Koordinate des Schnittpunktes mit der linken Wand (Basislinie) und die andere die $x-$Koordinate des Schnittpunktes mit der rechten Basislinie.

Schnittwinkel: Double, Variable – Identisch mit der Variable "Schnittpunkt". Sie enthält jedoch als Wert die einzelnen Schnittwinkel.

Anzeigevariable: Integer, Variable – Sie beschreiben, ob eine bestimmte Funktion gezeichnet werden soll oder nicht. Sie können programmintern daher nur zwei Werte annehmen ("0" = ausgeschaltet, "1" = eingeschaltet).

Sie werden mit den “exclusive-buttons” unterhalb der Überschriften “Approximation Tangente Radius” gesetzt. Für jeden dieser Buttons existiert eine Funktion, die den Wert der entsprechenden Variablen ändert. Bei jeder Aktualisierung der Ansicht wird überprüft, welche Variable gesetzt wurde und gegebenenfalls die dazugehörige Funktion eingezeichnet.

X_DGL_Spiegel, Y_DGL_Spiegel: Double, Array – Diese Felder enthalten die $x-$und die $y-$Koordinaten der berechneten Stützstellen der DGL.

WinkelpunkteX, WinkelpunkteY: Double, Array – Koordinaten der vom Benutzer im Bild angegebenen Vorgabewerte auf der Meniskusoberfläche.

Dateneingabe

Zum Einlesen eines Bildes sind vier Programmfunktionen vorgesehen. Die beiden ersten sind über die Button “BMP lesen” und “Parameter + BMP einlesen” erreichbar. Bei der zuerst genannten wird ein Bild eingelesen, in der Variablen **Image** gespeichert und mit dem Vergrößerungsfaktor “1” angezeigt. Wichtige bereits vom vorangegangenen Bild existierende Daten wie die eingegebenen Winkelpunkte werden dabei nicht verändert, sondern müssen vom Anwender explizit gelöscht werden. Die zweite Funktion ruft die Methode **Berechnung_BMPeinlesen** auf. Hier kann eine bereits gespeicherte Datendatei mit dem dazu passenden Bild eingelesen werden. Das Bild (*.bmp) muss sich dabei im selben Verzeichnis befinden wie die Datendatei (*.dat). Zu beachten ist, dass alle aktuell existierenden Daten (Lage der Basislinie, Winkelpunkte, ...) von den neuen Daten überschrieben werden und verloren gehen.

Die dritte Funktion zur Erstellung eines auswertbaren Bildes ist die **Auswahlliste** in Verbindung mit dem Bild. Mit Hilfe der Auswahlliste bestimmt der Benutzer die Funktion, die beim nächsten Mausklick innerhalb des Bildbereichs durchgeführt wird. Diese Funktion wird in der Variablen **Auswahl** gespeichert. Im einzelnen können dies eine “Zoom in”, “Zoom out”, “Punkt für die Basislinie links/rechts setzen/löschen” oder eine “Winkelpunkt setzen/löschen” Funktionalität sein. Die entsprechend bei einem Mausklick im Bild aufgerufene Funktion besitzt den Namen **AuswahllisteKlick**. Dabei arbeiten innerhalb dieser Funktion die “Zoom in”-Methode, sowie die Methoden zum Löschen eines Punktes nach demseleben Prinzip. Der Benutzer muss mit seiner Maus durch Drücken und Loslassen der linken Taste einen Bereich innerhalb des Bildes markieren. Für diesen Bereich wird

dann die entsprechend eingestellte Funktion ausgeführt. Die anderen Funktionen der Auswahlliste erfolgen durch einfaches Drücken der linken Maustaste innerhalb des Bildbereichs. Das Struktogramm zum Erzeugen eines auszuwertenden Bildes ist in Abbildung 5.2 zu sehen.

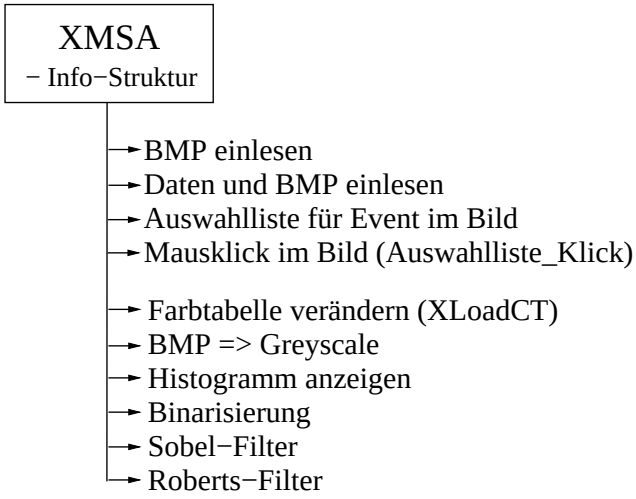


Abbildung 5.2: Struktogramm zur Dateneingabe und Farbveränderung

In Abbildung 5.2 sind im unteren Teil bereits die Funktionen zur Verbesserung der Bilddarstellung angegeben. Diese Funktionen werden benötigt, damit der Benutzer mit Hilfe einer besseren Konturerkennung die Winkelpunkte genauer plazieren kann. Im einzelnen sind dies 6 Funktionen, die sich wie folgt beschreiben:

XLoadCT: Bei Anwahl dieses Buttons wird von der Funktion **XMSA_XLoadCT** eine von der Programmiersprache IDL© zur Verfügung gestellte Funktion **XLoadCT** aufgerufen. Diese Funktion öffnet ein neues Fenster, indem der Benutzer interaktiv die Farbtabelle zur Darstellung des Bildes verändern kann. Dabei wird nur die Farbtabelle und nicht die Funktionswerte in den Feldern **Image**, **ROI** und **ROI_mit_Graphik** manipuliert. Dem Benutzer werden in dem neuen Fenster verschiedene Möglichkeiten zur Farbveränderung angeboten. Dies beinhaltet zum Beispiel eine Gammakorrektur, eine Kontrasterhöhung oder eine Helligkeitsveränderung.

Damit diese Veränderungen sofort sichtbar werden, ist eine Hilfsfunktion implementiert. Diese Funktion wird von der IDL-Funktion bei jeder Veränderung aufgerufen. Sie hat den Namen **UpdateTV**. Das Struktogramm ist in Abbildung 5.3 zu sehen.

BMP => Greyscale: Der Anwender besitzt mit dieser Funktion die Möglichkeit, das aktuelle Bild in ein einfaches Graustufenbitmap umzuwandeln.

Hierzu werden die drei Farbanteile aus dem Feld **Image** addiert, durch drei dividiert und so skaliert, dass der maximal auftrettende Wert “255” beträgt. Das Ergebnis wird in jedem Farbanteil gespeichert, so dass das Bild, obwohl es ein 8Bit-Graustufenbild ist, immer als Farbbild im Speicher vorliegt und als solches vom Programm behandelt wird. Nur damit kann sichergestellt werden, dass die später einzuzeichnenden Funktionen farblich dargestellt werden können.

Histogramm anzeigen: Dieser Button gibt dem Anwender die Möglichkeit sich die Häufigkeitsverteilung des Rot-Anteils des Farbbildes in einem neuen Fenster anzeigen zu lassen. Der Name der Funktion die diese Aufgabe erfüllt ist **Histo_anzeigen**.

Bild binarisieren: Mit dieser Funktion lässt sich das erzeugte Graustufenbitmap in ein schwarz-weiß Bild umwandeln. Hierfür wird zunächst von der Funktion **Binarisierung** ein Menü zur Verfügung gestellt, in dem der Schwellenwert für die Unterscheidung in schwarze und weiße Pixel eingegeben werden kann. Anschließend kann sich der Benutzer durch Drücken des Buttons “Vorschau” eine Vorschau in einem neu erzeugten Fenster ansehen. Die endgültige Umwandlung des Bildes und des Arrays **Image** erfolgt jedoch erst bei Betätigung des “Okay”-Buttons. Das Struktogramm ist in Abbildung 5.3 dargestellt.

Sobel: Durch Aufruf der Funktion **Sobel** wird der entsprechende Filter auf das **Image** angewendet. Dieser Filter wird zur Kantendetektion verwendet. Die Einsatzmöglichkeit dieses Filters hängt stark von der Qualität des verwendeten Bildes ab. Er ist daher nur bei Aufnahmen mit scharfem Kontrast und scharfen Konturen zu empfehlen.

Roberts: Führt eine Filterung des Arrays **Image** mit dem Roberts-Operator durch. Er unterscheidet sich von dem Sobel-Filter durch die Gewichtung der einzelnen Elemente innerhalb der Filtermatrix und liefert in den meisten Fällen bessere Konturen. Eine Einführung in die Funktionsweise solcher Filter ist in [JÄH95] gegeben.

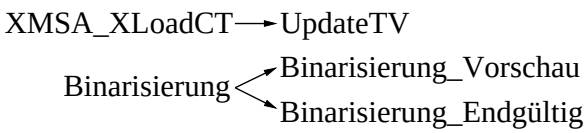


Abbildung 5.3: Struktogramm für XLoadCT und “Bild binarisieren”

Berechnung der geometrischen Funktionen

Nachdem nun im auszuwertenden Bild bereits die Meniskusoberfläche und die Wände mit Hilfe der zuerst vorgestellten Funktionen definiert sind, kann die eigentliche Berechnung der Benetzungswinkel erfolgen. Hierzu stehen 5 Funktionen zur Verfügung. Sie sind in Abbildung 5.4 zu sehen.

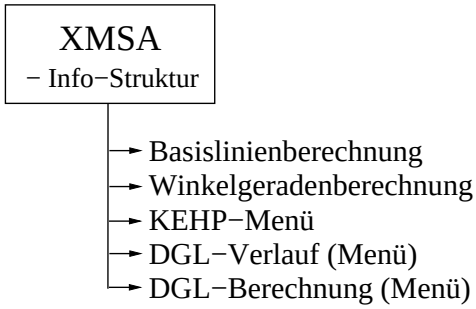


Abbildung 5.4: Übersicht über die möglichen Berechnungen

Das Anklicken des Buttons “Basislinie” führt dazu, dass aus jeweils zwei angegebenen Basispunkten (2 Punkte für jede Basislinie) die dazugehörigen Parameter der Basislinien berechnet werden. Von der entsprechenden Funktion **BasislinienPar** wird keine weitere Funktion aufgerufen. Anders ist das bei der aus der Testphase existierenden Funktion **Winkelgerade**. Sie wurde bisher nicht erwähnt, weil sie aus einer früheren Programmversion stammt. Ihre Approximationen einer Geradengleichung durch die Winkelpunkte liefert keine befriedigenden Ergebnisse für den Benetzungswinkel. Trotzdem wird der Ablauf dieser Berechnung beschrieben, um das Grundprinzip darzustellen. Bei den nachfolgenden Funktionen wird die Berechnung auf eine ähnliche Art durchgeführt.

Die Aufgabe der Funktion **Winkelgerade** ist, sowohl eine Parameteranpassung bezüglich der aktuell eingegebenen Winkelpunkte durchzuführen, als auch den Kontaktwinkel und die Standardabweichung zu bestimmen. Für die Parameteranpassung wird die von IDL© zur Verfügung gestellte **CurveFit**-Funktion verwendet. Diese Funktion benötigt für eine bessere und schnellere Konvergenz eine Hilfsfunktion, die bestimmte partielle Ableitungen und Funktionswerte berechnet. Die genaue Funktionsweise kann dem IDL©-Handbuch entnommen werden. Die entsprechende Hilfsfunktion besitzt den Namen **GeradenFit**. Sie versucht die Parameterkombination zu finden, die beim Einsetzen in die Geradengleichung eine minimale Abweichung der Geraden von den vorgegebenen Punkten erzeugt .Nachdem

mit dieser Hilfe die optimalen Parameter der Geradengleichung gefunden worden sind, kann der Benetzungswinkel durch einfache geometrische Beziehungen berechnet werden. Zur besseren Beurteilung der Geradenapproximation wird zusätzlich die Standardabweichung explizit berechnet. Hierfür werden die Funktionswerte der Winkelgeraden an den vorgegebenen $x-$Koordinaten der Winkelpunkte berechnet und zusammen mit den Winkelpunkten an die Funktion **Standardabweichung** übergeben. Diese Funktion berechnet daraufhin den entsprechenden Wert und gibt ihn an die aufrufenden Funktion zurück. Das Struktogramm ist in Abbildung 5.5 grafisch dargestellt.

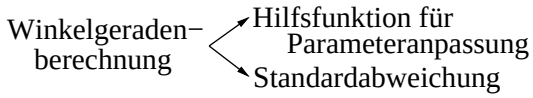


Abbildung 5.5: Struktogramm für die Winkelgerade

Ein größerer Berechnungsablauf ist jedoch für die Berechnung von Kreis, Ellipse, Hyperbel und für die Polynomfunktionen notwendig. Die entsprechende Berechnung wird mit Hilfe des Buttons “KEHP” durchgeführt. Danach wird die Funktion **KEHP** aufgerufen und das Menü in Abbildung 5.6 erscheint.



Abbildung 5.6: KEHP-Menü

In diesem Bild sind oben Informationen zur Größe des Originalbildes (**Image**) und der Lage des gezoomten Bildausschnitts (**ROI**) im gesamten Bild angegeben. Mit dieser Hilfe lassen sich die weiter unten einzugebenden Startparameter besser abschätzen. Für den auch hier verwendeten **CurveFit**-Algorithmus sind unbedingt

gute Startparameter notwendig. Trotz der Implementierung zahlreicher Funktionen wird vom Anwender nur die explizite Angabe von drei Werten verlangt. Dies sind die Startparameter für den Kreis. Die Startparameter für die Anpassung der Parameter für die anderen mathematischen Funktionen werden mit Hilfe der Lösung des Kreises vorgegeben. So wird zum Beispiel die optimierte Lösung des Kreises direkt als Startwert für die Ellipsengleichung verwendet. Nach Eingabe dieser Werte startet der Benutzer die Berechnung durch Drücken des “Okay”-Buttons. Es wird die Funktion **Berechnung_KEHP_Okay** aufgerufen. Die in dieser Funktion stattfindenden Funktionsaufrufe sind in dem Struktogramm in Abbildung 5.7 zu sehen.

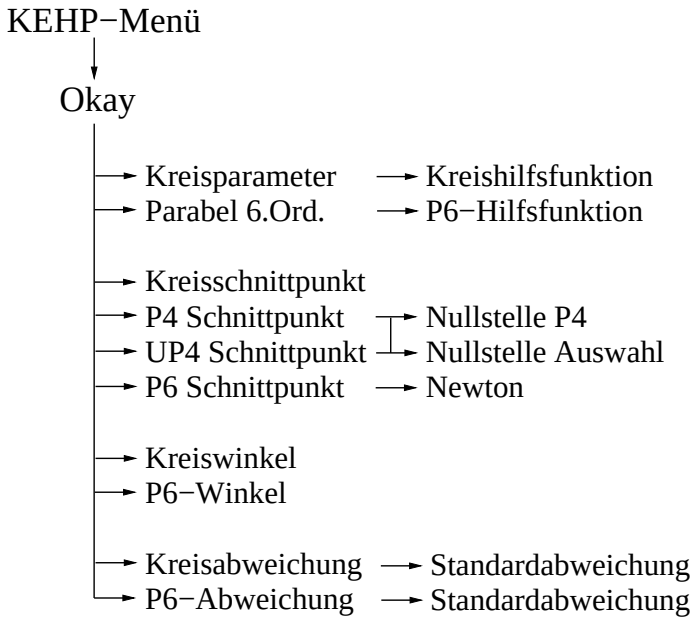


Abbildung 5.7: Struktogramm der KEHP-Berechnung

Zunächst werden von der Funktion **Berechnung_KEHP_Okay** die Parameteranpassungen aller implementierten Gleichungen durchgeführt. Als Beispiel sind hier nur die Approximationen des Kreises und der Parabel 6.Ordnung abgebildet (Abbildung 5.7). Alle Parameter werden dabei mit Hilfe der IDL©-Funktion **CurveFit** optimiert. Ähnlich wie bei der Berechnung der Winkelgeraden sind daher Hilfsfunktionen implementiert, die bestimmte Funktionswerte und partielle Ableitungen berechnen.

Nachdem alle Parameter optimiert worden sind, werden die Koordinaten der Schnittpunkte mit der Hilfe der optimierten Funktionen und den Basislinien berechnet. Dies lässt sich bei der Kreis-, Ellipsen- und Hyperbelgleichung sowie der Parabel 2.Ordnung analytisch berechnen. Das gleiche trifft auch für das Polynom 4.Grades zu, wobei hierfür die entsprechenden Lösungen mit Hilfe des Programms Mathematica© als geschlossene Lösung bestimmt wurden. Diese Berechnung wird

sowohl von dem Polynom 4.Ordnung als auch von der Umkehrfunktion benötigt. Daher existiert eine Funktion **Parabel4_NS**, in der die mit Mathematica© gefundenen, allgemeinen Lösungsgleichungen implementiert sind und die mit Hilfe vorgegebener Parameter die Nullstellen des Polynoms berechnet. Als Rückgabewert an die aufrufende Funktion übergibt **Parabel4_NS** die vier Nullstellen. Als nächstes ist noch die richtige Nullstelle aus den vier Werten auszuwählen. Da die ungefähre Lage des Schnittpunktes aus der Berechnung mit der Parabel 2.Ordnung bekannt ist, wird die nächstgelegene Nullstelle ausgesucht und als Schnittpunktkoordinate übernommen. Diese Aufgabe führt die Funktion **Parabel4_Auswahl_einer_NS** durch.

Die Berechnung der Nullstellen eines Polynoms 6.Ordnung kann im Gegensatz zum Polynom 4.Grades nicht mehr analytisch erfolgen, so dass eine numerische Berechnung durchgeführt werden muss. Diese Berechnung wird mit Hilfe der IDL©-Funktion **Newton** durchgeführt. Sie benötigt ähnlich wie **CurveFit** eine Hilfsfunktion, in diesem Fall die Funktion **Parabel6_Newton**. Die errechnete Lösung wird in der entsprechenden Schnittpunktvariable gespeichert.

Nach der Berechnung der Schnittpunkte können direkt die Funktionen zur Bestimmung der Winkel und der Standardabweichungen aufgerufen werden. Diese Rechnungen werden von den Funktionen selbständig durchgeführt oder verwenden die Funktion **Standardabweichung**. Zu beachten ist, dass bei allen erwähnten Rechnungen die Ergebnisse sofort im IDL©-Ausgabefenster erscheinen.

Berechnung der Young–Laplace–Gleichung

Außer diesen Berechnungen der Kreis-, Ellipsen-, Hyperbel- und Polynomgleichungen ist noch die Parameteranpassung der DGL in zwei unterschiedlichen Versionen implementiert. Zweck dieser beiden Versionen ist die Verwendung unterschiedlicher Algorithmen für die Suche nach der optimalen Parameterkombination. Dabei werden bei der Benutzung des Buttons “Differentialgleichung-Verlauf” die **CurveFit**-Funktion und bei “Differentialgleichung” die **LMFit**-Funktion aufgerufen. Zunächst wird in diesem Abschnitt die Verwendung von **CurveFit** besprochen. Hierbei öffnet sich nach dem Drücken des Buttons ein Eingabefenster. Dieses kann der Abbildung 5.8 entnommen werden.

In diesem Fenster sind die bereits in Kapitel 3.2 angeführten Daten einzugeben. Dies sind im einzelnen die Dichte der Flüssigkeit, die Dichte des Dampfes, der Start- und Endwert der Oberflächenspannung, die Anzahl der zu berechnenden Spannungen sowie die optionale Angabe eines verbesserten Startwertes für den

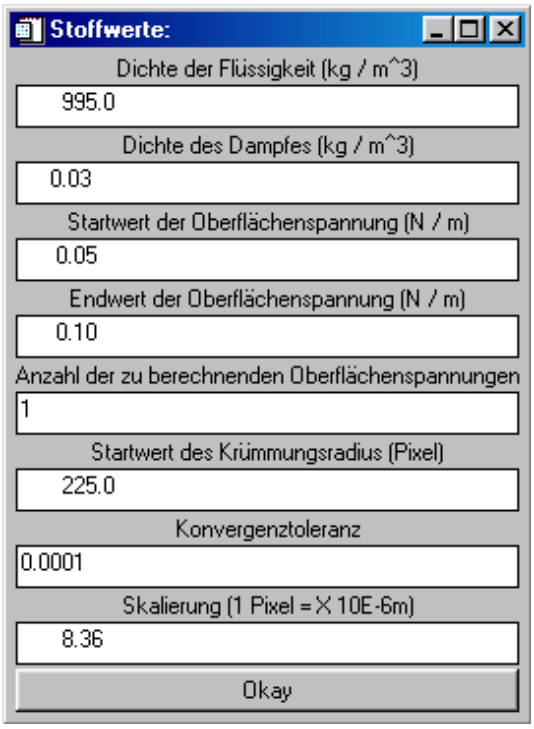


Abbildung 5.8: Fenster von “Differentialgleichung-Verlauf”

Krümmungsradius R_0. Mit Hilfe dieser Funktionen ist es möglich, dass der Anwender manuell den optimalen Wert für die Oberflächenspannung, d.h. die Oberflächenspannung die zu der geringsten Standardabweichung zwischen der DGL und den Winkelpunkten führt, zu ermitteln. Dieses manuelle Vorgehen ist aufgrund der in Kaptel 3.2 beschriebenen Eigenschaften der DGL erforderlich.

Für den Fall, dass Start- und Endwert der Oberflächenspannung identisch sind, wird unabhängig von der eingegebenen Anzahl nur eine Berechnung mit der fest vorgegebenen Oberflächenspannung durchgeführt. Wenn die beiden Werte unterschiedlich sind und die Anzahl der Oberflächenspannungen trotzdem den Wert “1” besitzt, werden die freien Parameter sowohl für den Startwert als auch für den Endwert berechnet.

Zusätzlich zu diesen Angaben ist bei einer gewünschten Bestimmung der wahren Oberflächenspannnung die Skalierung der Kamera anzugeben. Wenn dies nicht benötigt wird, ist es ausreichend, einen Wert ungleich Null in das Feld zu schreiben.

Das Feld der “Konvergenztoleranz” ermöglicht die Eingabe eines zusätzlichen Parameters für **CurveFit**. Er ist bestimmend dafür, wie weit entfernt ein Winkelpunkt vom approximierten Verlauf liegen darf, ohne dass er als Ausreißer gewertet wird. Näheres hierzu ist dem IDL©-Benutzerhandbuch bzw. der einschlägigen Statistik-Literatur zu entnehmen.

Wird nach Eingabe dieser Werte die Berechnung gestartet, erfolgt die bekannte Anpassung der Parameter mit **CurveFit** und einer Hilfsfunktion. Diese Hilfsfunktion besitzt den Namen **DGL_CurveFit**. Ihre Aufgabe ist die Berechung der partiellen Ableitungen und der Funktionswerte. Sie muss daher mehrere Male die Differentialgleichung lösen. Dieses Lösen der DGL ist daher in einer eigenständigen Funktion **DGL_Berechnung** implementiert. Innerhalb dieser Funktion wird zur numerischen Berechnung das Runge-Kutta-Verfahren 4.Ordnung verwendet. Dieses Verfahren liegt der Programmiersprache IDL© bei und benötigt nur eine Hilfsfunktion mit dem Namen **DYDX**. Die Struktur der gesamten DGL-Berechnung mit **CurveFit** kann der Abbildung 5.9 entnommen werden. Nach der vollständigen Berechnung des "Differentialgleichungsverlaufs" werden die Ergebnisse, d.h. der Verlauf der Standardabweichung in Abhängigkeit von der Oberflächenspannung, im Textfenster von IDL© ausgegeben. Gleichzeitig erfolgt eine Ausgabe des Verlaufs der Standardabweichung in einem sich öffnenden Fenster (siehe Abbildung 5.10). Dort kann der Bereich des Minimums (siehe Kapitel 3.2) näher betrachtet und bei der nächsten Berechnung der Bereich der berechneten Oberflächenspannungen weiter eingegrenzt werden.

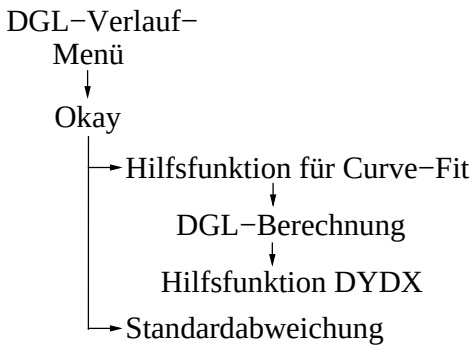


Abbildung 5.9: Struktogramm der DGL-Berechnung mit **CurveFit**

Die zweite Funktion zur Berechnung der DGL ist die Verwendung des Buttons "Differentialgleichung". Sie wurde implementiert, um durch Verwendung eines anderen Anpassungsalgorithmuses eine automatische Optimierung aller Parameter, d.h. σ, R_0, X_0 und Y_0, zu erreichen. Ein erwarteter Gewinn an Konvergenz und Stabilität bezüglich der Startwerte konnte allerdings nicht beobachtet werden, so dass auch damit keine automatische Parameteroptimierung möglich war. Daher wurde ihr Aufbau in Analogie zu "Differentialgleichung-Verlauf" geändert. Diese Änderung erfolgte jedoch mit einem Unterschied: Nach dem Drücken des Buttons erscheint ein im Vergleich zu "Differentialgleichung-Verlauf" leicht verändertes Eingabefenster. Es ist in Abbildung 5.11 dargestellt. Dieses Fenster ermöglicht statt der Eingabe eines Berechnungsintervalls für die Oberflächenspannung, lediglich

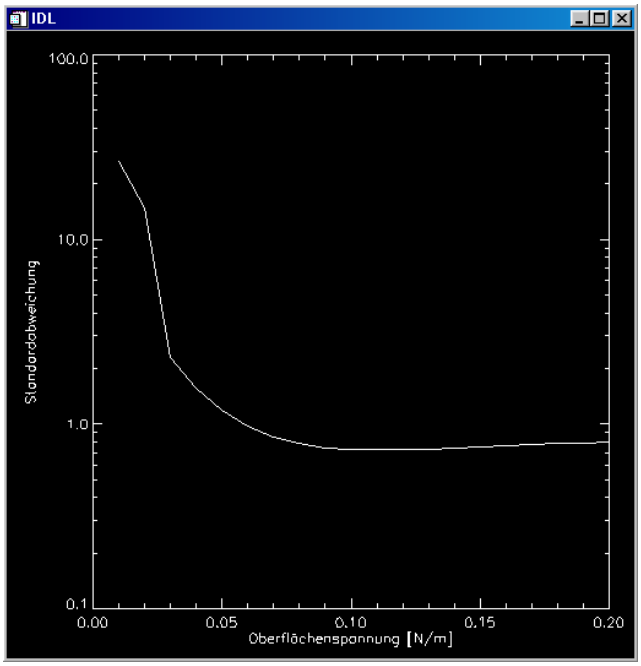


Abbildung 5.10: Grafische Darstellung des Ergebnisses für “Differentialgleichung-Verlauf”

die Eingabe eines festen Vorgabewertes. Ein Iterationsvorgang ist daher umständlicher und dauert länger. Ansonsten sind die Eingabefelder mit denen der Funktion “Differentialgleichung-Verlauf” identisch.

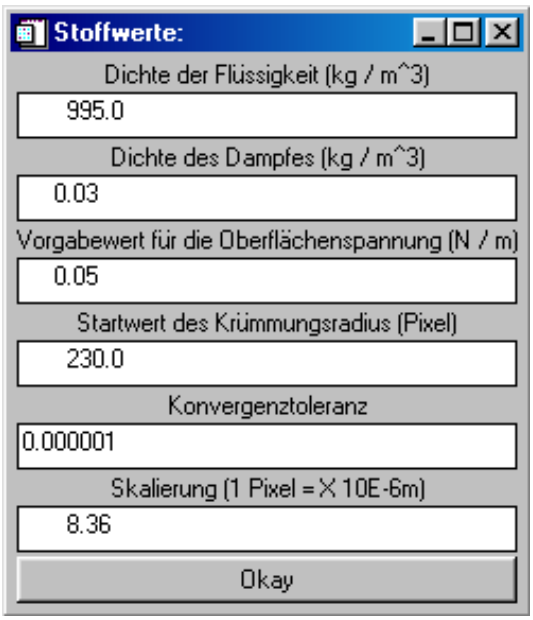


Abbildung 5.11: Fenster von “Differentialgleichung”

Betätigt der Anwender den “Okay”-Button wird mit der Berechnung begonnen. Die entsprechende Parameteranpassung in dieser Funktion erfolgt jedoch nicht mit

CurveFit sondern mit **LMFit**. Auch diese Funktion liegt der Programmiersprache IDL© bei. Ihr Aufbau und ihre Funktionsweise sind der von **CurveFit** ähnlich. Auf die Unterschiede beim Aufbau der implementierten Hilfsfunktion wird an dieser Stelle nicht eingegangen. Der Aufbau des Struktogramms ist daher, wie in Abbildung 5.12 zu sehen, identisch mit **CurveFit**. Aufgrund der langsamen Rechengeschwindigkeit, insbesondere bei einer großen Anzahl von Winkelpunkten, ist jedoch die Verwendung dieser Funktion nicht zu empfehlen.

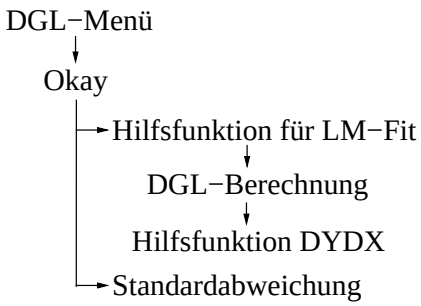


Abbildung 5.12: Struktogramm der DGL-Berechnung mit **LMFit**

Nach der Beschreibung des Aufbaus der Berechnungsfunktionen sind noch die Möglichkeiten zur Anzeige der berechneten Funktionsverläufe zu erläutern. Die Anzeige der Funktionsverläufe der Steigungstangenten am Schnittpunkt der Funktionsverläufe mit den Basislinien oder die Anzeige des Verlaufs des Krümmungsradius erfolgt in zwei Schritten. Zunächst sind unter der Überschrift “Approximation Tangente Radius” auf der Programmoberfläche die “exclusive-buttons” anzuwählen, deren Funktionen im Bild eingezeichnet werden sollen (siehe Abbildung 5.1). Anschließend ist der Button “Ansicht aktualisieren” zu drücken. Daraufhin erscheinen die entsprechend angewählten Funktionen im Bild. Möchte man einzelne Verläufe nicht mehr anzeigen, so ist nur der entsprechende “exclusive-button” zu deaktivieren und die Ansicht erneut zu aktualisieren.

Anzeige der Funktionsverläufe

Zuletzt sind nur noch drei Funktionalitäten zu erläutern. Sie beschreiben sowohl die Ausgabe der Berechnungsergebnisse als auch die Ausgabe der Daten, die zu diesem Ergebnis geführt haben, sowie das Speichern des aktuell angezeigten Bildes. Dabei sind unter “Ausgabe der Daten, die zu diesem Ergebnis geführt haben” die angewählten Winkel-, Basispunkte, Startparameter, Dichten, die Skalierung der Kamera und die Oberflächenspannung der Flüssigkeit zusammengefasst. Diese Ausgabedaten werden nach Eingabe eines Dateinamens in einem erscheinenden Fenster mit dem Button “Speichern” in drei unterschiedliche Dateien ausgegeben.

1. Das aktuell angezeigte Bild wird mit den eingezeichneten Funktionsverläufen in eine Bitmap-Datei geschrieben. Dabei erfolgt die Ausgabe mit den Daten, die sich gerade in dem Array **ROI_mit_Grafik** befinden, d.h. die Bilder können auch im vergrößerten Zustand gespeichert werden.

2. Die Ausgabe der Daten, die zu dem Berechnungsergebnis geführt haben, wird in einer *.dat-Datei gespeichert. Dabei erfolgt die Ausgabe aller oben genannten Daten in einer unformatierten Datei. Diese Datei kann jederzeit von dem Programm **XMSA** über die Funktion “Parameter + BMP einlesen” geöffnet und die entsprechende Berechnung wiederholt werden. Das Wiedereinlesen der Daten setzt voraus, dass sich das Originalbild im selben Verzeichnis befindet (siehe Programmbeschreibung “Parameter + BMP einlesen”).

3. Die Ausgabe der Berechnungsergebnisse erfolgt in eine formatierte Textdatei. In diese Datei werden die zur Beurteilung des Ergebnisses notwendigen Daten geschrieben. Die Datei umfasst daher die berechneten Schnittwinkel, die Standardabweichungen, die Anzahl der eingegebenen Winkelpunkte, die Oberflächenspannung sowie ein Feld mit dem Namen “Konvergenz”. Dieser Wert gibt an, ob bei einer bestimmten Gleichung die Parameteranpassung erfolgreich durchgeführt worden ist oder nicht. Die Werte dieses Feldes muss der Anwender durch das Ein- und Ausschalten der entsprechenden “exclusive-buttons” in der Programmoberfläche selbständig bestimmen (siehe Abbildung 5.1). Ein eingeschalteter Button bedeutet, dass die Berechnung konvergiert ist. Bei der entsprechenden Gleichung erscheint in der formatierten Ausgabedatei eine “1”.

Datenausgabe

Die letzte zu erläuternde Funktionalität des Programms stellt der Button “Ergebnisse speichern” dar. Bei Drücken dieses Buttons erfolgt, nach Eingabe eines Dateinamens in einem erscheinenden Fenster, nur die Ausgabe der formatierten Textdatei. Das entsprechende Struktogramm der Anzeige- und Ausgabefunktionen ist der Abbildung 5.13 zu entnehmen.

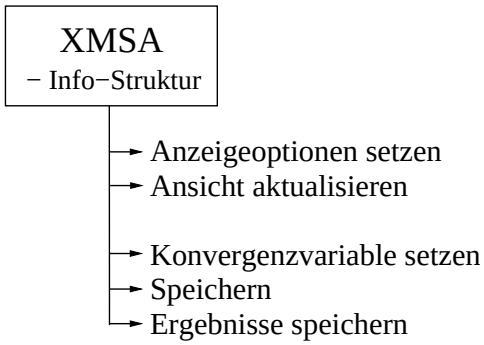


Abbildung 5.13: Struktogramm der Ergebnisvisualisierung und der Ausgabe

Kapitel 6

Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit sollten Modelle zur expliziten Berechnung des Kontaktwinkels bei Verdampfung miteinander verglichen und hinsichtlich der verwendeten Annahmen untersucht werden. Die Anforderung der expliziten Berechnung erfüllte jedoch nur ein Modell. Alle anderen Berechnungstheorien basieren auf der Lösung von Differentialgleichungssystemen.

Das untersuchte Modell von Morris führt bei der Berechnung des Kontaktwinkels mehrere Grenzwertbetrachtungen von dimensionslosen Parametern durch. Diese Vereinfachungen wurden von seinem Autor, mit Hilfe von in der Literatur angegebenen Mess- und Simulationsergebnissen, überprüft und für die dort verwendeteten Stoffpaarungen als zulässig eingestuft. Mit der vorliegenden Arbeit soll die Auswertung von Messdaten einer Versuchsanlage unterstützt werden, bei der eine Wasser–Edelstahl–Kombination verwendet wird. Für diese Stoffpaarung sind die Annahmen des Modells von Morris nicht gültig, so dass dieses Modell für einen Vergleich von berechneten und gemessenen Kontaktwinkeln nicht einsetzbar ist.

Ein weiteres Ziel dieser Arbeit war der Entwurf und die Implementierung einer Analysesoftware zur Bestimmung von Kontaktwinkeln aus experimentellen Bilddaten. Dabei sollten für die Bestimmung des Kontaktwinkels verschiedene Methoden der Bildanalyse zur Verfügung gestellt werden. Dazu wurde das Programm **XM**eniscus**S**hape**A**nalysis (XMSA) entwickelt, mit dem die in einem Bild sichtbare Phasengrenze durch mathematische Funktionen beschrieben wird, um daraus Werte für den Kontaktwinkel zu erhalten. Anhand von Testbildern und Meniskusaufnahmen wurden die Methoden anschließend verifiziert und hinsichtlich ihrer Einsatzmöglichkeiten und ihrer Reproduzierbarkeit getestet. Dabei wurde festgestellt, dass weder die Hyperbel noch Polynome n-ten Grades geeignet sind, den Funktionsverlauf der gesamten Meniskusoberfläche abzubilden. Die Anzahl der zuverlässi-

gen Methoden zur Bestimmung des Kontaktwinkels konnte daher auf drei reduziert werden. Dies sind im einzelnen die Kreis–, die Ellipsen– und eine modifizierte Young–Laplace–Gleichung.

Die erste Approximationsfunktion, die Kreisgleichung, stellt dabei die in theoretischen Modellen übliche Annahme eines konstanten Krümmungsradius im Bereich der Makro-Zone dar. Die Ellipsengleichung hingegen wurde bisher nur in der theoretischen Arbeit von [ERB00] zur Beschreibung von verdampfenden, liegenden Tropfen vorgestellt. Die praktische Umsetzung dieser Gleichung zur Bestimmung von Kontaktwinkeln ist jedoch nur von [KRÜ01] in Form der allgemeinen Kegelschnittgleichung bekannt.

Die dritte zuverlässige Methode zur Bestimmung von Benetzungswinkeln ist die Approximation der Meniskusoberfläche durch eine Differentialgleichung. Ausgangspunkt der Herleitung dieser DGL ist eine der Spaltgeometrie angepasste Young–Laplace–Gleichung. Sie besitzt zwei freie Parameter – die Oberflächenspannung σ und den Krümmungsradius R_0 des Funktionsverlaufs der DGL in der Spaltmitte. Diese beiden Parameter müssen daher innerhalb des Programm optimiert werden, so dass die Lösung der DGL eine minimale Abweichung zu dem mit einer Kamera aufgenommenen Bild eines Meniskus besitzt. Im Idealfall ist daher neben der Bestimmung des Kontaktwinkels auch eine Bestimmung der Oberflächenspannung möglich. Da im Vergleich zu liegenden Tropfen der optische Zugang beim Experiment mit einem Kapillarspalt nur eingeschränkt möglich ist, ist die Qualität der Bilder für eine Auswertung der Oberflächenspannung im allgemeinen nicht ausreichend.

Bei der Auswahl der zu verwendenden Funktion ist auf zwei Besonderheiten zu achten. Zum einen ist bei der Anwendung der DGL mit einer erheblich längeren Bildauswertezeit zu rechnen. Diese lange Zeit ergibt sich durch die umfangreichen numerischen Berechnungen zur Optimierung der beiden freien Parameter σ und R_0. Zum anderen ist bei Einsatz der Ellipsengleichung der Verlauf des Krümmungsradius zu beachten. Nimmt er ausgehend von der Spaltmitte zur Wand hin ab, erhält man einen repräsentativen Benetzungswinkel. Wenn jedoch der Krümmungsradius zur Wand hin zunimmt, sollte auf eine Auswertung mit der Ellipse verzichtet werden.

Diese Auswertungen werden von dem Programm XMSA ermöglicht und dienen dem Benutzer als Hilfsmittel für eine schnelle und repräsentative Bestimmung des Benetzungswinkels.

Kapitel 7

Ausblick

In Kapitel 2 wurde gezeigt, dass das in [MOR01] veröffentlichte Modell zur Berechnung des Benetzungswinkels auf das in dieser Arbeit zugrundeliegende Experiment nicht angewendet werden kann. Dies ist durch die Grenzwertbetrachtung des dimensionslosen Parameters f zu begründen. Er wird in der Größenordnung von "1" angenommen, besitzt aber für die im Experiment vorhandene Stoffpaarung den Wert $0,0035$. Daher ist auch die vom Autor in Aussicht gestellte Erweiterung des Modells nicht anwendbar. Um die von ihm erstellten Modelle zu überprüfen, müssen daher andere Stoffpaarungen ausgewählt und untersucht werden. Erst dann ist ein Vergleich zwischen Ergebnissen aus dem Modell und experimentellen Messungen möglich.

Bei der Durchführung von Testrechnungen wurde gezeigt, dass die Bestimmung von Benetzungswinkeln mit Hilfe von Kreis und Ellipse reproduzierbare Ergebnisse liefert. Eine bessere und genauere Auswertung der Bilder ist jedoch mit Hilfe der DGL möglich. Die Anwendung der DGL im vorliegenden Programm ist aber aufgrund der langen Rechenzeit stark eingeschränkt. Eine Verbesserung kann durch eine Implementierung in einer schnelleren Programmiersprache erreicht werden.

Für eine zunehmende Konvergenz und Auswahl des Optimierungsalgorithmus wird ein besseres Verständnis über das globale Verhalten der nichtlinearen DGL benötigt. Hierfür sind eingehendere Untersuchungen notwendig, in deren Rahmen auch die Einsatzbereiche von Kreis- und Ellipsengleichung näher eingegrenzt werden können. Zusätzlich kann bei diesen Arbeiten untersucht werden, unter welchen Bedingungen die Annahme eines Kreises für die Form des Meniskus in theoretischen Modellen gerechtfertigt ist.

Anhang A

Quellcode

jjknjnjknkj

b

Literaturverzeichnis

[ADA90] Adamson, A.W., (1990) Physical chemistry of surfaces -5th ed., John Wiley & Sons, United States of America

[BRO89] Bronstein, I.N., Semendjajew, K.A., (1998) Taschenbuch der Mathematik, BSB B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig

[CAM80] Cammenga, H.K. (1980) Evaporation mechanisms of liquids, Current topics in materials science, vol. 5, p. 335-446

[DAS93] DasGupta, S., Schonberg, J.A., Kim, I.Y., Wayner, P.C. (1993) Use of the augmented Young-Laplace equation to model equilibrium and evaporating extended menisci, J. Colloid Interface Sci., vol. 157, pp. 332 - 342

[DEL74] Delhaye, J.M. (1974) Jump conditions and entropy sources in two-phase systems, Intl J. Multiphase Flow, vol. 1, pp. 395-409

[ERB00] Erbil, H.Y., McHale, G., Rowan, S.M., Newton, M.I., (2000) Analysis of evaporating droplets using ellipsoidal cap, Apparent and microscopic contact angles, pp. 457 - 473, Drelich, J., Laskowski, J.S., Mittal, K.L., VSP

[GUG67] Guggenheim, E.A. (1967) Thermodynamics, North-Holland

[HOL90] Holzmann, Meyer, Schumpick (1990) Technische Mechanik, Teil 3 Festigkeitslehre, B.G. Teubner Stuttgart

[HÖH01] Höhmann, C., Stephan, P. (2001) Microscale temperature measurement at an evaporating liquid meniscus, Procedings of the Fifth World conference on Experimental Heat Transfer, vol. 2, pp. 1141 - 1145

[JÄH95] Jähne, B., Digital image processing – Concepts, algorithms and scientific applications, Springer, Berlin Heidelberg New York

[KER00] Kern, J., Stephan, P., (2000) Assessment of a theoretical model for the nucleate boiling heat transfer coefficient of binary mixtures, Hahne, E.W.P., Heidemann, W., Spindler, K., Edizione ETS, Pisa

[KIM94] Kim, I.Y. (1994) An optical study of the heat transfer characteritics of an evaporating thin liquid film, PhD thesis, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, New York

[KRÜ01] Kundeninformation (2001), Krüss GmbH, www.kruss.de, 22453 Hamburg

[MOR01] Morris, S.J.S. (2001) Contact angles for evaporating liquids predicted and compared with existing experiments, J. Fluid Mech., vol. 432, pp. 1-30

[MOR00] Morris, S.J.S. (2000) A phenomenological model for the contact region of an evaporating meniscus on a superheated slab, J. Fluid Mech., vol. 411, pp. 59-89

[PRE89] Press, W.H., Flannery, B.P., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T. (1989) Numerical recipes – The art of scientific computing (Fortran version), Cambridge University Press

[RIO98] Rio, O.I., Kwok, D.Y., Alvarez, J.M., Neumann, A.W., (1998) Contact angle measurements by axisymmetric drop shape analysis and an automated polynomial fit program, Colloids and Surfaces, vol. 143, pp. 197 - 210

[ROT82] Rotenberg, Y., Boruvka, L., Neumann, A.W., (1982) Determination of surface tension and contact angle from the shapes of axisymmetric fluid interfaces, Journal of Colloid and Interface Science, vol. 93, no. 1, pp. 169-183

[SCH96] Schäfer, M., (1996) Numerische Berechnungsverfahren im Maschinenbau, Vorlesungskript an der TU Darmstadt - Fachbereich Maschinenbau - Fachgebiet Numerische Berechnungsverfahren im Maschinenbau

[STE92] Stephan, P.C., Busse, C.A. (1992) Analysis of the heat transfer coefficient of grooved heat pipe evaporator walls, Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 35, no. 2, pp. 383 - 391

[WAY71] Wayner, P.C., Coccio, C.L. (1971) Heat and mass transfer in the vicinity of the triple interline of a meniscus, AIChE Jounal, vol.17, no.3, p. 569-574